الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

متوسطة حي واد النيل البوني – عنابة   الثلاثاء 06 ديسمبر 2022

اختبار الفصل الأول في مادة الرّياضيّات   المستوى : السنة الرابعة متوسط

المدّة : $120\ min$

الجزء الأول : ﴿ 12 نقطة ﴾

التمرين الأول : ﴿ 02.5 نقاط ﴾

1) اوجِد القاسم المُشترك الأكبر لِلعددين 1729 و 1547 بِاستعمال خَوارِزمية إقليديس .

2) أُكتُب $\frac{1547}{1729}$ على شكل كسر غير قابِل للإختزال .

3) احسب العبارة A ثم أعط الناتج في أبسط شكل ممكن : $A = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1547}{1729}$

التمرين الثاني : ﴿ 03 نقاط ﴾

B و C عددان حقيقيان حيث : $B = \sqrt{300} - 4\sqrt{27} + 6\sqrt{3}$ و $C = \frac{\sqrt{3}+5}{\sqrt{3}}$

1) بسط العدد B على شكل $a\sqrt{3}$ حيث : a عدد طبيعي .

2) اجعل العدد C على شكل كسر مقامُه عدد ناطق .

3) أوجد حلول المعادلة التالية : $\frac{\sqrt{3}+1}{x-1} = \frac{x+1}{\sqrt{3}-1}$

التمرين الثالث : ﴿ 03 نقاط ﴾

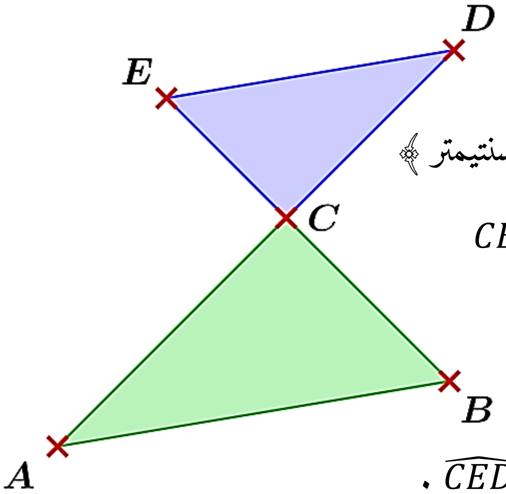
E عِبارة جبرِية حيث : $E = 9x^2 + 24x + 16 + (6x-3)(3x+4)$

1) تحقق من صِحة المُساواة التالية : $(3x+4)^2 = 9x^2 + 24x + 16$

2) حلّل العِبارة E إلى جُداء عامِلين من الدرجة الأولى .

3) أُحسب قِيمة E من أجل : $x = \frac{1}{3}$.

التمرين الرابع : ﴿ 03.5 نقاط ﴾



اليك الشكل المُقابل غير مَرسُوم بالأطوال الحقِيقية ﴿ وِحدة الطول هِي السنتيمتر ﴾

$AC = 18$ و $BC = 7{,}5$ و $ED = 13$ و $DC = 12$ و $CE = 5$

1) بيّن أن : $(AB) \parallel (DE)$.

2) برّهن أن المثلث CED قائم في C .

3) أُحسب $\mathrm{Tan}\,\widehat{CED}$ ثم اِستنتج بالتدوير إلى الوِحدة قيس الزاوية $\widehat{CED}$.

الوضعية الإدماجية : « 08 نقاط »

"كاميرا السّبايْدر" أو كما تُسمّى الكاميرا العنْكبوتيّة هي أحدث ما وصلت إليه تكْنولوجيّة النّقل التّليفزْيونيّ الرّياضيّ في مُباريات كأس العالم لكرة القدم وذلك عبر رصد انتشار و أبْعاد الحركة الفنّيّة للّاعبين داخل الملْعب بدقّة عالية .

الجزء الأول :

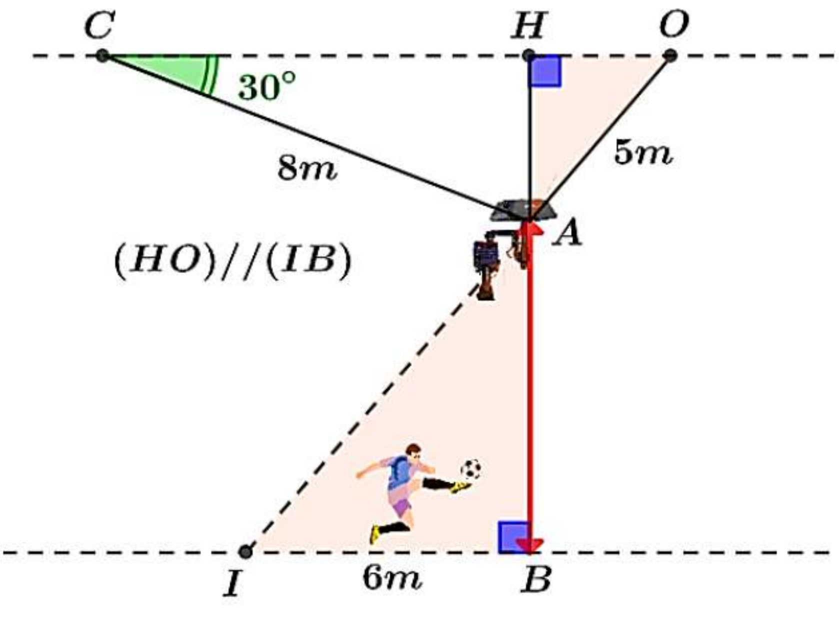
تتميّز هذه الكاميرا بحركتها السّريعة لجميع زوايا الملْعب الرّياضيّ ، ولضمان ذلك خُصص لها عتاد من 384 قطْعة غيار و 832 بطارية ليثْوم ، علما أنّ عملها يستوْجب نفس عدد من قطع الغيار و البطّاريّات في المُباراة الواحدة .

- ما هو أكبر عدد من مُباريات التي يمكن تصويرها بهذه العتاد ؟
- ما هو عدد قطع الغيار و عدد البطاريات المُستعملة في كل مُباراة ؟

بطاريات ليثيوم   وهي نوع من البطاريات القابلة للشحن وحيث تتحرك فيها أيونات الليثيوم بين الآنود والكاثود

الجزء الثاني : « تعطى النتائج بالتدوير إلى الوحدة »

تشييد الكاميرا العنْكبوتيّة داخل الملعب يتطلّب رؤية هندسية دقيقة خاصّةً أثناء المُباريات ، حيْثُ أنها تحتاج إلى تهيئة قواعد وممرّات حديدية مرنة معلّقة في جميع أرجاء واتّجاهات الملْعب - كما هو موضّح في مُخطّط أسفله -



- اوجد الطول AB ارتفاع الكاميرا أثناء التصوير .

الحياة مليئة بالحجارة فلا تتعثر بها، بل إجمعها و إبن بها سُلماً تصعد به نحو النجاح

حل التمرين 01 : (02.5 ن)

1) البحث عن $PGCD(1729; 1547)$

$$1729 = 1547 \times 1 + 182$$
$$1547 = 182 \times 8 + 91$$
$$182 = 91 \times 2 + 00$$

ومنه : $\boldsymbol{PGCD(1729\,;1547) = 91}$

2) إختزال الكسر :

$$\frac{1547 \div 91}{1729 \div 91} = \frac{\mathbf{17}}{\mathbf{19}}$$

3) حساب العبارة A

$$A = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1547}{1729}$$
$$A = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{17}{19}$$
$$A = \frac{3 \times 19}{2 \times 19} + \frac{17}{38}$$
$$A = \frac{57 + 17}{38}$$
$$A = \frac{74 \div 2}{38 \div 2} = \frac{\mathbf{37}}{\mathbf{19}}$$

حل التمرين 02 : (03ن)

1) تبسيط العبارة B :

$$B = \sqrt{300} - 4\sqrt{27} + 6\sqrt{3}$$
$$B = \sqrt{3 \times 10^2} - 4\sqrt{3 \times 3^2} + 6\sqrt{3}$$
$$B = 10\sqrt{3} - 4 \times 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3}$$
$$B = (10 - 12 + 6)\sqrt{3}$$
$$B = \mathbf{4\sqrt{3}}$$

2) جعل C على شكل كسر مقامه عدد ناطق

$$C = \frac{\sqrt{3} + 5}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$
$$C = \frac{\sqrt{3}^2 + 5\sqrt{3}}{\sqrt{3}^2}$$
$$C = \frac{\mathbf{3 + 5\sqrt{3}}}{\mathbf{3}}$$

3) حل المعادلة :

$$(x+1)(x-1) = \left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)$$
$$x^2 - 1 = \sqrt{3}^2 - 1$$
$$x^2 = 3$$

ومنه للمعادلة حلين هما : $\sqrt{3}$ و $-\sqrt{3}$

حل التمرين 03 : (03ن)

1) تحقق من صحة المساواة :

بتطبيق المتطابقة الشهيرة مربع المجموع

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ نجد :

$$(3x+4)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 4 + 4^2$$
$$\mathbf{(3x+4)^2 = 9x^2 + 24x + 16}$$

ومنه نستنتج أن المساواة صحيحة .

2) تحليل العبارة E إلى جداء عاملين

مما سبق لدينا : $(3x+4)^2 = 9x^2 + 24x + 16$

$$E = (3x+4)^2 + (6x-3)(3x+4)$$
$$E = (3x+4)[(3x+4) + (6x-3)]$$
$$E = (3x+4)(3x + 6x + 4 - 3)$$
$$\mathbf{E = (3x+4)(9x+1)}$$

3) حساب E من أجل $x = \frac{1}{3}$

بالتعويض قيمة x في العبارة E نجد :

$$E = \left(3 \times \frac{1}{3} + 4\right)\left(9 \times \frac{1}{3} + 1\right)$$
$$E = (1+4)(3+1)$$
$$\mathbf{E = 5 \times 4 = 20}$$

حل التمرين 04 : (03.5 ن)

1) تبيان أن $(DE) \parallel (AB)$

$$\frac{AC}{CD} = \frac{18}{12} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}} \text{ و } \frac{BC}{EC} = \frac{7\ 5}{5} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$$

النقط في استقامية و على نفس الترتيب و منه حسب **خاصية العكسية لطاليس** نستنتج أن $(DE) \parallel (AB)$

2) برهان أن المثلث CED قائم في C

لدينا المثلث CED و منه :

$$ED^2 = 13^2 = \mathbf{169} \ldots.(1)$$
$$CE^2 + CD^2 = 5^2 + 12^2 = \mathbf{169} \ldots(2)$$

ومنه نستنتج حسب خاصية **فيثاغورس العكسية** أن المثلث CED قائم في C .

3) حساب $Tan\ C\hat{E}D$ ثم استنتج $C\hat{E}D$

$$Tan\ C\hat{E}D = \frac{CD}{EC} = \frac{12}{5} = \mathbf{2,4}$$
$$C\hat{E}D = \tan^{-1}(2{,}4) \approx \mathbf{67^\circ}$$

حل وضعية الإدماجية (08ن)

الجزء الأول : (03 ن)

1) إيجاد أكبر عدد من المباريات

نحسب : $PGCD(832; 384)$

$$832 = 384 \times 2 + \mathbf{64}$$
$$384 = \mathbf{64} \times 6 + 00$$

و منه نجد أن أكبر عدد من المباريات التي يمكن تصوريها بهذا العتاد هو : **64 مباراة** .

2) عدد قطع الغيار و عدد البطاريات المستعملة في كل مباراة :

عدد قطع الغيار	عدد البطاريات
$384 \div 64 = 6$	$832 \div 64 = 13$

ومنه عدد قطع الغيار في كل مباراة هو : **6**

الجزء الثاني : (05 ن)

1) حساب طول HA

لدينا مثلث AHC قائم في H و منه نكتب :

$$\sin 30° = \frac{HA}{CA}$$
$$HA = \sin 30° \times CA$$
$$HA = \sin 30° \times 8$$
$$HA = 0{,}5 \times 8$$
$$\mathbf{HA = 4}$$

ومنه طول $HA = 4\,m$

2) حساب طول HO

لدينا مثلث AHO قائم في H و منه بتطبيق خاصية فيثاغور نكتب المساواة التالية :

$$AO^2 = HO^2 + HA^2$$
$$HO^2 = AO^2 - HA^2$$
$$HO^2 = 5^2 - 4^2$$
$$HO^2 = 25 - 16$$
$$HO = \sqrt{9}$$
$$\mathbf{HO = 3}$$

ومنه طول $HO = 3\,m$

3) حساب طول AB

لدينا المثلثين AIO و AHB في وضعية طاليس حيث:

$$\begin{cases} (HO) \parallel (IB) \\ A \in (IO) \\ A \in (HB) \end{cases}$$

ومنه حسب خاصية طاليس نكتب المساواة التالية :

$$\frac{AH}{AB} = \frac{AO}{AI} = \frac{HO}{BI}$$

إذن نجد :

$$AB = \frac{BI \times AH}{HO} = \frac{6 \times 4}{3} = 8$$

ومنه إرتفاع الكاميرا هو : $AB = 8\,m$

هناك عدة طرق لحساب طول AB و لهذا لكل تلميذ الحرية في إستعمال الطريقة التي يراها مناسبة له .