

## إمتحان الثلاثي الأوّل في مادة الرياضيات.

ملاحظة هامة : التركيز و عدم التسرع أساس كل نجاح. تاريخ اجتياز الامتحان : الخميس 08 ديسمبر 2022.

الجزء الأوّل : (13 نقطة)

التمرين الأوّل : (03 نقاط)

لتكن الأعداد الحقيقية  $A$  ،  $B$  و  $C$  التالية :

$$A = \frac{180}{612} ; B = \frac{3}{2} - \frac{7}{4} \div \frac{5}{4} ; C = \frac{7,25 \times (10^{-3})^{-2} \times 0,12}{25 \times 10^{-2} \times 10^{-3}}$$

1. أكتب  $A$  على شكل كسر غير قابل للاختزال.

2. أحسب  $B$  واكتبه على الشكل العشري.

3. جد الكتابة العلية للعدد  $C$ .

التمرين الثاني : (03 نقاط)

ليكن العددان الحقيقيان  $Z$  و  $R$ ، حيث :

$$Z = \frac{\sqrt{72}}{3} - 2\sqrt{128} + 9\sqrt{2} \times \sqrt{18} - 3 ; R = \sqrt{51 - 14\sqrt{2}} \times (7 + \sqrt{2})$$

1. أكتب العدد  $Z$  على الشكل  $a - b\sqrt{2}$ ، حيث  $a$  و  $b$  عددان طبيعيين غير معدومين.

2. أنشر و بسّط  $(7 - \sqrt{2})^2$ ، ثم استنتج أن  $R$  عدد طبيعي.

3. اجعل مقام النسبة  $\frac{51 - 14\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$  عدداً ناطقاً.

التمرين الثالث : (03 نقاط)

1. أنشر و بسّط الجداء :  $(8x - 3)(2x + 5)$ .

2. حلّل العبارة  $F$  إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى، حيث :  $F = 16x^2 + 34x - 15 - (8x - 3)^2$ .

3. أحسب  $F$  من أجل  $x = \frac{3}{8}$ .

التمرين الرابع : (04 نقاط)

الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية (وحدة الطول هي  $cm$ ).

$OC = 2,5cm ; OB = 3,5cm ; OA = 3cm ; (BC) // (JK)$

$CK = 1cm$

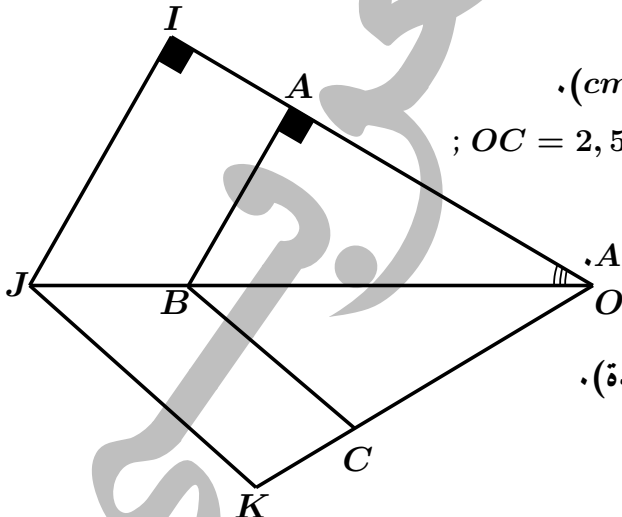
1. اشرح لماذا  $(AB) // (IJ)$ ؟، ثم أحسب الطول  $AB$ .

2. أ. أحسب  $\sin(\widehat{AOB})$ .

ب. استنتج قيس الزاوية  $\widehat{AOB}$  (تدور النتيجة إلى الوحدة).

3. أحسب  $OJ$  ثم  $OI$ .

4. هل المستقيمان  $(AC)$  و  $(IK)$  متوازيان؟



■ الجزء الثاني : (07 نقاط)

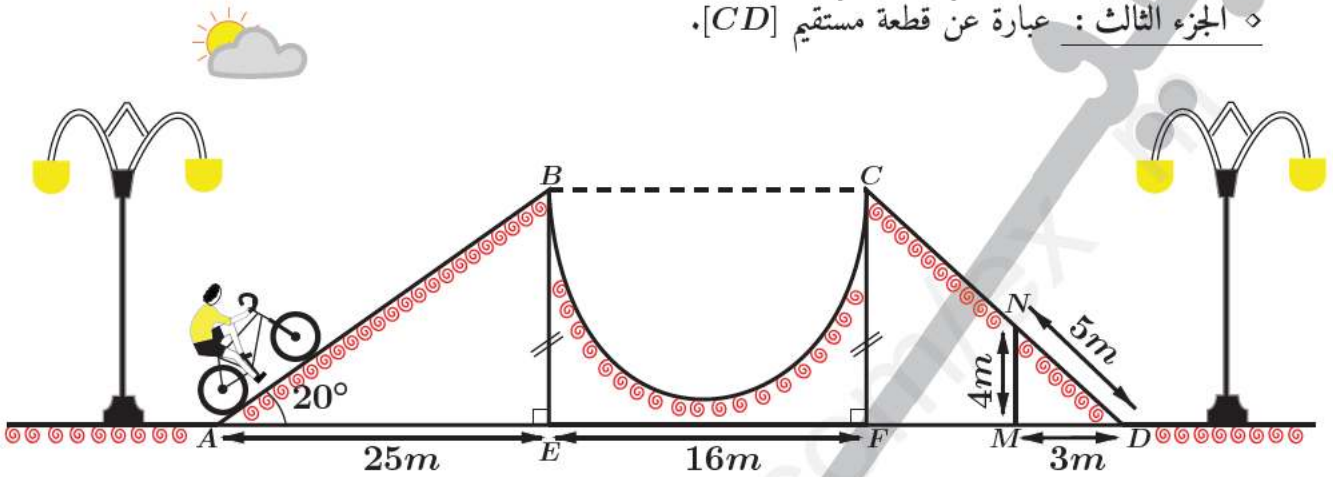
○ الوضعية الإدماجية : (07 نقاط)

يمثل الشكل أسفله مخططاً لمضمار للدراجات الهوائية مكوّن من ثلاثة أجزاء كما يلي :

◇ الجزء الأول : عبارة عن قطعة مستقيم  $[AB]$ .

◇ الجزء الثاني : عبارة عن نصف دائرة (القوس  $\widehat{BC}$ ).

◇ الجزء الثالث : عبارة عن قطعة مستقيم  $[CD]$ .



■ إعتماًداً على المعطيات الموجودة في الشكل وبطاقة المعلومات التالية :

$P = 2\pi r$  ، حيث :

$P$  : محيط الدائرة.

$r$  : نصف قطر الدائرة.

$\pi \approx 3,14$  ( نأخذ 3,14 كقيمة تقريبية للعدد  $\pi$  ).

تُعطى النتائج بالتدوير إلى 0,01.

1. أحسب كلاً من الطولين  $AB$  و  $BE$ .
2. أثبت أن المثلث  $MND$  قائم الزاوية.
3. أحسب الطول  $CD$ .
4. استنتج طول هذا المضمار.

☺ ☺ جُرعة تحفيزية ☺ ☺

"إِذَا حَدَّثْتُكَ نَفْسَكَ عَنِ الْأَبْوَابِ الْمَغْلُوقَةِ، وَالتَّفَاصِيلِ الْمَعْقَدَةِ، وَالْمُسْتَحِيلِ الَّذِي يُهَارِدُ آمَالِكَ.. فَاخْبِرْهَا أَنَّ اللَّهَ جَعَلَ بِالْذُّعَاءِ النَّارَ بَرْدًا وَسَلَامًا عَلَى إِبْرَاهِيمَ، وَأَغْرَقَ الْأَرْضَ نُصْرًا لِنُوحٍ، وَنَجَّى يُونُسَ مِنْ بَهْنِ الْحَوْتِ، وَرَدَّ يُوْسُفَ لِيَعْقُوبَ.. أَفَتَعْلَمُكُمْ آمَالِكِ الصَّغِيرَةِ وَأَنْتَ تَدْعُوهُ!"

☺ ☺ ☺

سيمر كل مُر! قد يطول حزنك، قد تطول استجابة دعوة دعوتها في يوم من الأيام ونسيتهام ومضيت أيامك وأنت تظن أنّها لن تستجاب أبداً فتتفاجأ بأنّ الله اختار لك اليوم المناسب لتحقيقها، لا تتوقف أبداً عن الأمل مهما كانت مرارة الفترة التي تمرّ فيها ... لأنّ عوض الله يأتي بشكل خفي لا تستطيع تخمينه، ولكنك ستدرك بعد مواجهة كل هذا، بأنك أصبحت أقوى وأنصح أكثر من أيّ يوم مضى... فقط تحلّ بالصبر، فالله يُحب الصابرين.

أستاذ المادة: جيوخ العربي

## 1 حل التمرين الأوّل :

1. كتابة A على شكل كسر غير قابل للاختزال :  
لنحسب  $PGCD(620; 180)$  بتطبيق خوارزمية إقليدس، نجد:

$$\begin{aligned} 612 &= 180 \times 3 + 72 \\ 180 &= 72 \times 2 + 36 \\ 72 &= 36 \times 2 + 0 \end{aligned}$$

آخر باق غير معدوم هو 36، إذن:  
 $PGCD(620; 180) = 36$

وعليه:  $A = \frac{180}{612} = \frac{180 \div 36}{612 \div 36} = \frac{5}{17}$

2. حساب B وكتابتها على الشكل العشري: نرى مباشرة:

$$\begin{aligned} B &= \frac{3}{2} - \frac{7}{4} \div \frac{5}{4} = \frac{3}{2} - \frac{7}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{2} - \frac{7 \times 4}{4 \times 5} \\ &= \frac{3 \times 10}{2 \times 10} - \frac{28}{20} = \frac{30}{20} - \frac{28}{20} = \frac{30 - 28}{20} \\ &= \frac{2 \div 2}{20 \div 2} = \frac{1}{10} = 0,1 \end{aligned}$$

2. إيجاد الكتابة العلمية للعدد C لدينا :

$$\begin{aligned} C &= \frac{7,25 \times (10^{-3})^{-2} \times 0,12}{25 \times 10^{-2} \times 10^{-3}} \\ &= \frac{7,25 \times 0,12}{25} \times \frac{(10^{-3})^{-2}}{10^{-2} \times 10^{-3}} \\ &= \frac{0,87}{25} \times \frac{10^{(-3) \times (-2)}}{10^{(-2) + (-3)}} = 0,0348 \times \frac{10^6}{10^{-5}} \\ &= 0,0348 \times 10^{6 - (-5)} = 0,0348 \times 10^{11} \\ &= 3,48 \times 10^{-2} \times 10^{11} = 3,48 \times 10^{-2+11} \\ &= 3,48 \times 10^9 \end{aligned}$$

## 2 حل التمرين الثاني :

1. Z على الشكل  $a - b\sqrt{2}$  :

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\sqrt{72}}{3} - 2\sqrt{128} + 9\sqrt{2} \times \sqrt{18} - 3 \\ &= \frac{\sqrt{36 \times 2}}{3} - 2\sqrt{64 \times 2} + 9\sqrt{2 \times 18} - 3 \\ &= \frac{\sqrt{36} \times \sqrt{2}}{3} - 2\sqrt{64} \times \sqrt{2} + 9\sqrt{36} - 3 \\ &= \frac{6\sqrt{2}}{3} - 2 \times 8 \times \sqrt{2} + 9 \times 6 - 3 = 2\sqrt{2} - 16\sqrt{2} + 54 - 3 \\ &= (54 - 3) + (2 - 16)\sqrt{2} = 51 - 14\sqrt{2} \end{aligned}$$

2. النشر والتبسيط :

من أجل كل عددين حقيقيين a و b لدينا :

$$(a - b)^2 = (a)^2 - 2(a)(b) + (b)^2$$

الآن، نستعمل المتطابقة السابقة فيما يلي :

$$\begin{aligned} (7 - \sqrt{2})^2 &= (7)^2 - 2(7)(\sqrt{2}) + (\sqrt{2})^2 \\ &= 49 - 14\sqrt{2} + 2 = 49 + 2 - 14\sqrt{2} = 51 - 14\sqrt{2} \end{aligned}$$

• استنتاج أنّ R عدد طبيعي :

من أجل كل عددين حقيقيين a و b، لدينا :

$$(a - b)(a + b) = (a)^2 - (b)^2$$

الآن، نستعمل المتطابقة السابقة فيما يلي :

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{51 - 14\sqrt{2}} \times (7 + \sqrt{2}) = \sqrt{(7 - \sqrt{2})^2} \times (7 + \sqrt{2}) \\ &= (7 - \sqrt{2}) \times (7 + \sqrt{2}), \quad 7 - \sqrt{2} > 0 \\ &= (7)^2 - (\sqrt{2})^2 = 49 - 2 = 47 \end{aligned}$$

بما أنّ 47 عدد طبيعي، فإنّ R عدد طبيعي.

3. جعل مقام النسبة  $\frac{51 - 14\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$  عدداً ناطقاً :

$$\begin{aligned} \frac{51 - 14\sqrt{2}}{\sqrt{2}} &= \frac{(51 - 14\sqrt{2}) \times (\sqrt{2})}{(\sqrt{2}) \times (\sqrt{2})} \\ &= \frac{51 \times \sqrt{2} - 14\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{51\sqrt{2} - 28}{2} \end{aligned}$$

## 3 حل التمرين الثالث :

1. النشر والتبسيط :

$$\begin{aligned} (8x - 3)(2x + 5) &= 8x(2x + 5) - 3(2x + 5) \\ &= 8x \times 2x + 8x \times 5 - 3 \times 2x - 3 \times 5 \\ &= 16x^2 + 40x - 6x - 15 \\ &= 16x^2 + (40 - 6)x - 15 \\ &= 16x^2 + 34x - 15 \end{aligned}$$

2. تحليل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :

$$\begin{aligned} F &= 16x^2 + 34x - 15 - (8x - 3)^2 \\ &= (8x - 3)(2x + 5) - (8x - 3)^2 \\ &= (8x - 3)[(2x + 5) - (8x - 3)] \\ &= (8x - 3)[2x + 5 - 8x + 3] \\ &= (8x - 3)(-6x + 8) \end{aligned}$$

3. حساب F من أجل  $x = \frac{3}{8}$  :

نعوّض  $x = \frac{3}{8}$  في العبارة  $F = (8x - 3)(-6x + 8)$

ف نجد :

$$\left(8 \times \frac{3}{8} - 3\right) \left(-6 \times \frac{3}{8} + 8\right) = \underbrace{(3-3)}_{=0} \left(-6 \times \frac{3}{8} + 8\right) = 0$$

## 4 حل التمرين الرابع :

1. شرح لماذا  $(AB) \parallel (IJ)$  لدينا :

$$\left. \begin{array}{l} (AI) \perp (AB) \\ (AI) \perp (IJ) \end{array} \right\} \text{لأنهما عموديان على نفس المستقيم } ((AI))$$

حساب الطول  $AB$  :لدينا المثلث  $OBA$  قائم الزاوية في  $A$ ، حسب نظرية فيثاغورس المباشرة، لدينا :

$$\begin{aligned} (AB)^2 + (OA)^2 &= (OB)^2 \\ (AB)^2 &= (OB)^2 - (OA)^2 \\ (AB)^2 &= (3,5)^2 - (3)^2 \\ (AB)^2 &= 12,25 - 9 \\ (AB)^2 &= 3,25 = \frac{25 \times 13}{100} \\ AB &= \pm \frac{\sqrt{13}}{2} \end{aligned}$$

بما أن الطول عدد حقيقي موجب، فإنّ :  $AB = \frac{\sqrt{13}}{2} \text{ cm}$ 2. حساب  $\sin(\widehat{AOB})$  :لدينا المثلث  $OBA$  قائم الزاوية في  $A$ ، فإنّ :

$$\begin{aligned} \sin(\widehat{AOB}) &= \frac{AB}{OB} \\ &= \frac{\sqrt{13}}{7} \\ \sin(\widehat{AOB}) &= \frac{2}{3,5} \\ \sin(\widehat{AOB}) &= \frac{\sqrt{13}}{7} \end{aligned}$$

ب. إستنتاج قيس الزاوية  $(\widehat{AOB})$  :حسب ما فات، لدينا :  $\sin(\widehat{AOB}) = \frac{\sqrt{13}}{7}$  باستعمال الآلةالحاسبة "نضبط الآلة الحاسبة على  $DEG$ ."ف نجد :  $(\widehat{AOB}) \approx 30^\circ$ 3. حساب  $OJ$  : $(OJ)$  و  $(OK)$  مستقيمان متقاطعان في  $O$  (من الشكل)و  $(BC) \parallel (JK)$  (من المعطيات)، إذن، حسب نظرية طالس

$$\frac{OB}{OJ} = \frac{OC}{OK} = \frac{BC}{JK}$$

المباشرة لدينا :  $\frac{OB}{OJ} = \frac{OC}{OK} = \frac{BC}{JK}$  تطبيق عددي :  $\frac{3,5}{OJ} = \frac{2,5}{3,5}$ ومنه :  $OJ = \frac{3,5 \times 3,5}{2,5} = 4,9 \text{ cm}$  إذن  $OJ = 4,9 \text{ cm}$ حساب  $OI$  : $(OI)$  و  $(OJ)$  مستقيمان متقاطعان في  $O$  (من الشكل)و  $(AB) \parallel (IJ)$  (حسب السؤال الأوّل)، إذن، حسب نظرية طالس

$$\frac{OA}{OI} = \frac{OC}{OJ} = \frac{AB}{IJ}$$

المباشرة، لدينا :  $\frac{OA}{OI} = \frac{OC}{OJ} = \frac{AB}{IJ}$  تطبيق عددي :  $\frac{3}{OI} = \frac{3,5}{4,9}$ ومنه :  $OI = \frac{3 \times 4,9}{3,5} = 4,2 \text{ cm}$  إذن  $OI = 4,2 \text{ cm}$ 4. هل المستقيمان  $(AC) \parallel (IK)$  ؟لنحسب النسبيتين  $\frac{OC}{OK}$  و  $\frac{OA}{OI}$  لدينا :

$$\frac{OA}{OI} = \frac{OC}{OK} \quad \text{وبما أن : } 3 \times 3,5 = 4,2 \times 2,5 \quad \text{فإنّ : } \frac{OA}{OI} = \frac{OC}{OK}$$

وبما أن النقط  $O ; A ; I$  مرتبة وبنفس استقامية النقط  $O ; C ; K$ ،إذن، حسب النظرية العكسية لنظرية طالس، فإنّ :  $(AC) \parallel (IK)$ 

## 5 حل الوضعية الإدماجية :

1. حساب الطول  $AB$  : مثلث قائم في  $E$ ،

$$\text{إذن : } \cos(\widehat{BAE}) = \frac{AE}{AB} \quad \text{أي : } \cos(\widehat{BAE}) = \frac{AE}{AB}$$

تطبيق عددي :  $AB = \frac{25}{\cos(20^\circ)}$  إذن :  $AB \approx 26,60 \text{ m}$ • حساب الطول  $BE$  : مثلث قائم في  $E$ ، حسب نظريةفيثاغورس المباشرة، لدينا :  $(BE)^2 + (AE)^2 = (AB)^2$ أي :  $(BE)^2 = (AB)^2 - (AE)^2$  تطبيق عددي :

$$(BE)^2 = 707,56 - 625 : \text{ أي } (BE)^2 = (26,60)^2 - (25)^2$$

أي :  $BE = \pm \sqrt{82,56} \approx \pm 9,09$  ومنه :  $(BE)^2 = 82,56$ بما أن الطول، عدد موجب، فإنّ  $BE \approx \pm 9,09 \text{ m}$ 2. إثبات أن المثلث  $MND$  قائم الزاوية :لنحسب :  $(ND)^2$  و  $(MN)^2 + (MD)^2$ 

$$(ND)^2 = (5)^2 = 25$$

$$(MN)^2 + (MD)^2 = (4)^2 + (3)^2 = 16 + 9 = 25$$

لدينا :

إذن، نستنتج أن :  $(ND)^2 = (MN)^2 + (MD)^2$ وعليه المثلث  $MND$  قائم الزاوية في  $M$  (حسب النظرية العكسية

لنظرية فيثاغورس).

3. حساب الطول  $CD$  : $(CD)$  و  $(FD)$  مستقيمان متقاطعان في النقطة  $D$  (من الشكل) و $(NM) \parallel (CF)$  (لأنهما عموديان على نفس المستقيم  $(FD)$ )، إذن،حسب نظرية طالس المباشرة، لدينا :  $\frac{DN}{DC} = \frac{DM}{DF} = \frac{NM}{CF}$  تطبيق

$$\text{عددي : } \frac{5}{DC} = \frac{3}{9,09} \quad \text{ومنه : } DC = \frac{5 \times 9,09}{3} = 15,15$$

إذن :  $DC \approx 11,36 \text{ m}$ 

4. إستنتاج طول هذا المضمار : لدينا :

طول الجزء الثاني

$$\widehat{BC} = \pi r \approx 3,14 \times 8 \approx 25,12 \text{ m}$$

ط الجزء 2

$$AB + \widehat{BC} + CD \approx 26,60 + 25,12 + 11,36 = 63,08 \text{ m}$$

إذن، طول هذا المضمار  $63,08 \text{ m}$  (قيمة تقريبية).