

فرض تجريبي ٦ فى الرياضيات

التمرين الأول :

$$1. \text{ حُلّ الجملة : } \begin{cases} x + y = 25 \\ 5x + 4y = 116 \end{cases}$$

2. احسب $\text{pgcd}(200; 160)$.

3. ثمن التذكرة لرحلة بالقطار بين تيزي وزو و الجزائر العاصمة هو 200DA للبالغين و 160DA للأطفال.

جد عدد البالغين و عدد الأطفال إذا علمت أن مجموعة مكونة من 25 شخصا (بالغين و أطفال) دفعت 4640DA (لاحظ أن $4640 = 40 \times 116$).

التمرين الثاني :

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. وحدة الطول هي السنتيمتر (cm).

1. علم النقطتين $S(+2; +4)$ و $P(-2; +2)$.

2. احسب مركبتي الشعاع \vec{PS} ثم استنتج الطول PS .

3. احسب إحداثيتي النقطة T حيث $\vec{PS} = \vec{OT}$.

4. احسب إحداثيتي النقطة M ، مركز تناظر الرباعي $STOP$.

5. علم النقطة $F(4; 5)$ ثم بين أن النقط P ، S و F على استقامة واحدة.

6. أتمم باستعمال نقط الشكل مع التعليل :

$$\vec{MP} + \dots = \vec{0} \text{ (ب)}$$

$$\vec{OP} + \vec{OT} = \dots \text{ (ا)}$$

$$\vec{FS} + \vec{TO} = \dots \text{ (د)}$$

$$\vec{OM} + \vec{PM} = \dots \text{ (ج)}$$

1. تعليم النقطتين $S(+2; +4)$ و $P(-2; +2)$.

2. لدينا :

$$PS = \sqrt{(x_S - x_P)^2 + (y_S - y_P)^2}$$

$$= \sqrt{4^2 + 2^2}$$

$$= \sqrt{16 + 4}$$

$$= \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5}$$

$$= \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

إذن $PS = 2\sqrt{5} \text{ cm}$

$$\vec{PS} \begin{pmatrix} x_S - x_P \\ y_S - y_P \end{pmatrix}$$

$$\vec{PS} \begin{pmatrix} 2 - (-2) \\ 4 - 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{PS} \begin{pmatrix} 2 + 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{PS} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

3. لدينا : $\vec{OT} \begin{pmatrix} x_T \\ y_T \end{pmatrix}$ و $\vec{PS} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\vec{PS} = \vec{OT}$ معناه $x_T = 4$ و $y_T = 2$ إذن $T(4; 2)$.

4. بما أن $\vec{PS} = \vec{OT}$ فإن الرباعي $STOP$ متوازي الأضلاع وبالتالي يقبل مركز تناظر هو منتصف القطر $[TP]$ و منتصف القطر

$$x_M = \frac{x_O + x_S}{2} = \frac{0 + 2}{2} = 1$$

$$y_M = \frac{y_O + y_S}{2} = \frac{0 + 4}{2} = 2$$

إذن $M(1; 2)$

5. تعليم النقطة $F(4; 5)$

حتى نبين أن النقط P, S, F على استقامة واحدة، يكفي أن نبين أن $PS + SF = PF$.

لدينا : $PS = 2\sqrt{5}$

$$SF = \sqrt{(x_F - x_S)^2 + (y_F - y_S)^2} = \sqrt{(4 - 2)^2 + (5 - 4)^2}$$

$$SF = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5}$$

$$PF = \sqrt{(x_F - x_P)^2 + (y_F - y_P)^2} = \sqrt{(4 - (-2))^2 + (5 - 2)^2}$$

$$SF = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = \sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5}$$

منه $PS + SF = 2\sqrt{5} + \sqrt{5} = 3\sqrt{5} = PF$
و هذا يعني أن $S \in [PF]$ إذن فالنقط P, S, F على استقامة.

6. أتمم باستعمال نقط الشكل مع التعليل :

(أ) $\vec{OP} + \vec{OT} = \vec{OS}$ (قاعدة متوازي الأضلاع)

(ب) $\vec{MP} + \vec{MT} = \vec{0}$ (لأن M منتصف $[TP]$)
لدينا أيضا : $\vec{MP} + \vec{PM} = \vec{0}$

(ج) $\vec{OM} + \vec{PM} = \vec{OM} + \vec{MT} = \vec{OT}$ (علاقة شال)

(د) $\vec{FS} + \vec{TO} = \vec{FS} + \vec{SP} = \vec{FP}$ (علاقة شال)

التمرين الأول :

1. حل الجملة :

$$\begin{cases} x + y = 25 \dots\dots\dots ① \\ 5x + 4y = 116 \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

بطريقة التعويض :

من المعادلة ① نجد $y = 25 - x \dots\dots\dots ③$
نعوض في المعادلة ② و نجد $5x + 4(25 - x) = 116$ منه $5x + 100 - 4x = 116$
 $x = 16$ أي $x = 116 - 100 = 16$
بالتعويض في المعادلة ③ نجد $y = 25 - x = 25 - 16$ أي $y = 9$

إذن للجملة حل وحيد هو الثنائية $(16; 9)$.

بطريقة الجمع و التعويض :

نضرب طرفي المعادلة ① في (-4) فنجد :

$$-4 \times x + (-4) \times y = -4 \times 25$$

$$-4x - 4y = -100 \dots\dots\dots ④$$
أي
نجمع طرفي المعادلتين ② و ④ نجد :

$$5x + 4y - 4x - 4y = 116 - 100$$
أي $x = 16$
بالتعويض في المعادلة ① نجد $16 + y = 25$ منه $y = 25 - 16$ أي $y = 9$

إذن للجملة حل وحيد هو الثنائية $(16; 9)$.

2. حساب $\text{pgcd}(200; 160)$ بخوارزمية إقليدس

آخر باقي غير معدوم هو 40
إذن : $\text{pgcd}(200; 160) = 40$

$$200 = 160 \times 1 + 40$$

$$160 = 40 \times 4 + 0$$

3. نسمي x عدد البالغين و y عدد الأطفال.

المجموعة مكونة من 25 فردا معناه $x + y = 25$.
المبلغ الذي دفعه البالغون هو $200x$ و المبلغ الذي دفعه الأطفال هو $160y$.

المجموعة دفعت 4640DA معناه $200x + 160y = 4640$
و بقسمة طرفي هذه المعادلة على 40 نجد $\frac{200x}{40} + \frac{160y}{40} = \frac{4640}{40}$
أي $5x + 4y = 116$

لدينا إذن الجملة $\begin{cases} x + y = 25 \\ 5x + 4y = 116 \end{cases}$

من السؤال الأول نستنتج أن $x = 16$ و $y = 9$.

الجواب: عدد البالغين هو 16 و عدد الأطفال هو 9.

التمرين الثاني :

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
وحدة الطول هي السنتيمتر (cm).

