مديرية التربية لولاية خنشلة — المستوى: السنة الرابعة متوسط

متوسطة: بوسالم علي– متوسة — 14 شوال 1442هـ الموافق لـ 27 ماي 2021م

الاختبار التجريبي في مادة: الرياضيات — المدة: ساعتان

عبد الوهاب للرياضيات

الجزء الأول: (12 نقطة)

التمرين الأول: (03 نقاط)

1) أُكتب العدد A على الشكل $b\sqrt{5}$ حيث b عدد طبيعي : $A=3\sqrt{20}-8\sqrt{5}+\sqrt{80}$

2) أُكتب العدد C بمقام ناطق حيث: $C=\dfrac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$

3) بيّن أن العدد D طبيعي حيث: $D=(A-1)^2+4\sqrt{5}$

التمرين الثاني: (03 نقاط)

لتكن العبارة E حيث: $E=(x+4)^2-3(x^2-16)$

1) أُنشر ثم بسّط العبارة E.

2) حلّل العبارة x^2-16 إلى جداء عاملين ثم استنتج تحليلا للعبارة E.

3) حُل المعادلة $-2x^2+8x+64=0$.

التمرين الثالث: (03 نقاط)

المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O,\vec{OI},\vec{OJ})$ (وحدة الطول هي $1cm$)

1) علّم النقط التالية: A(1 ; 1) ؛ B(−3 ; 1) ؛ C(−4 ; −2)

2) أُحسب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{BC}$.

3) عيّن النقطة M صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$ ثم احسب احداثيي M.

4) احسب احداثيي K مركز تناظر الرباعي ABCM.

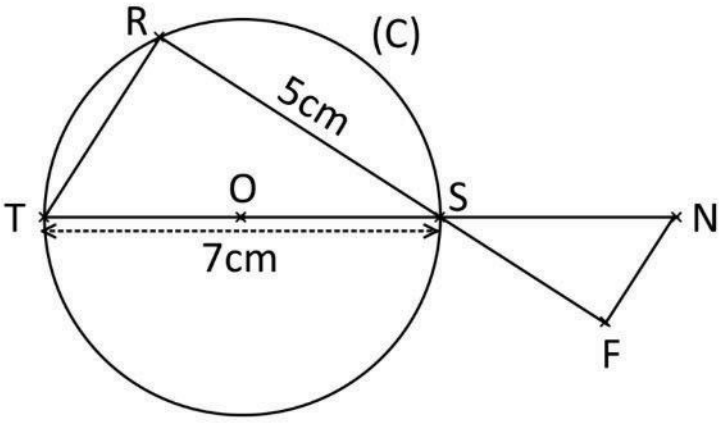
التمرين الرابع: (03 نقاط)

لاحظ الشكل المقابل حيث:

(C) دائرة مركزها O و[TS] قطرا لها، R نقطة من (C)

F نقطة من [RS] حيث: RF=6,5 cm

N نقطة من [TS] حيث: SN=2,1 cm



1) بيّن أن المستقيمان (FN) و (RT) متوازيان

2) اشرح لماذا (RF) ⊥ (FN).

3) احسب قيس الزاوية $\widehat{SNF}$ بالتدوير إلى الدرجة.

الجزء الثاني: (08 نقطة)

المسألة:

عباس صاحب مشروع مزرعة لتربية المواشي، يدرس تحضيرات اطلاق مشروعه من عدة نواحي.

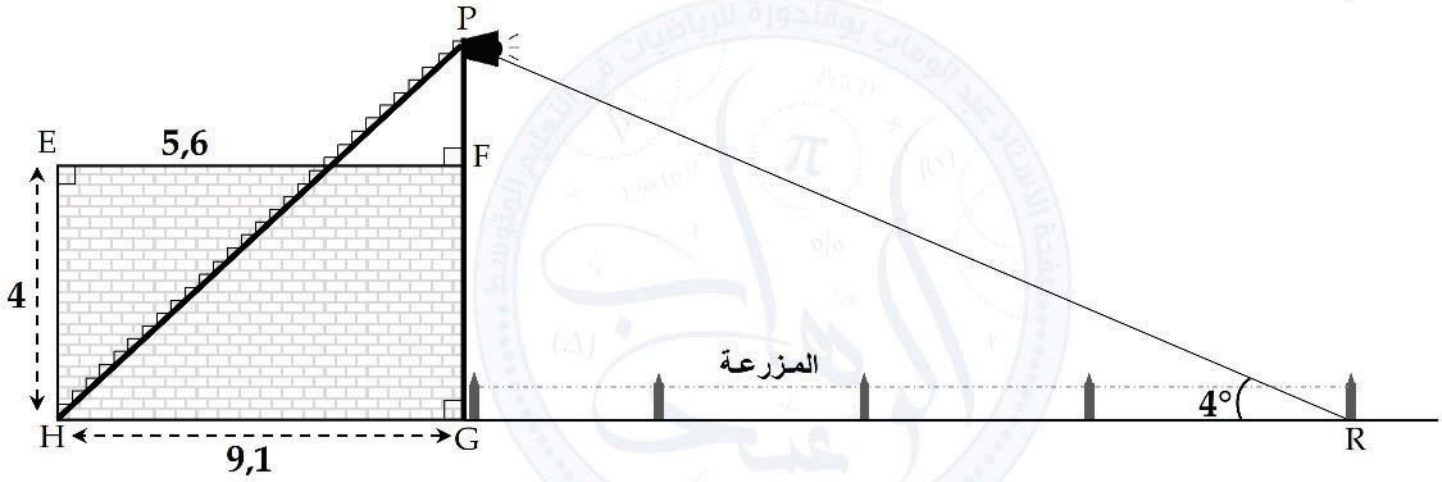
الناحية الأولى: تأمين الأعلاف.

تتضمن المزرعة 40 رأسا من الأبقار و 75 رأسا من الأغنام، حيث يفوق استهلاك البقرة الواحدة من العلف استهلاك الشاة الواحدة بثلاث أمثال.

- يريد عباس أن لا تتجاوز كمية الأعلاف المستهلكة يوميا $780\ Kg$، ساعده في تحديد الاستهلاك اليومي الأقصى لكل من البقرة الواحدة و الشاة الواحدة في هذه الحالة.

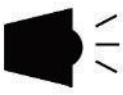
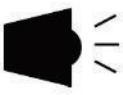
الناحية الثانية: تأمين الحماية.

لمراقبة المزرعة ليلا يبني عباس منصة مراقبة فوق بيته و يثبت عليها كشاف ضوئي في الموقع P، كما يبينه الشكل أسفله (القياسات غير حقيقية، وحدة الطول هي m)



وجد عباس أن مدى الكشاف الضوئي الذي ركّبه لا يغطي أقصى نقطة من المزرعة، فقرر استبداله.

- ساعد عباس في اختيار الكشاف الضوئي المناسب لمزرعته من بين الكشافات التالية:

الكشّاف الأول:	الكشّاف الثاني:	الكشّاف الثالث:
		
المدى : $50m$	المدى : $75m$	المدى : $95m$

بالتوفيق .. أ. عبد الوهاب بوقندورة

الإجابة المفصّلة للاختبار التجريبي 2021

عناصر الإجابة

التمرين الأول: (06 نقاط)

1) كتابة العدد A على الشكل $b\sqrt{5}$:

$$A = 3\sqrt{20} - 8\sqrt{5} + \sqrt{80}$$
$$A = 3\sqrt{4\times5} - 8\sqrt{5} + \sqrt{16\times5}$$
$$A = 3\times2\sqrt{5} - 8\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$$
$$A = (6-8+4)\sqrt{5}$$
$$A = 2\sqrt{5}$$

2) أكتب العدد C بمقام ناطق حيث: $C = \dfrac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$

$$C = \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$$
$$C = \frac{\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$$
$$C = \frac{\sqrt{5\times3}}{2\sqrt{3^2}}$$
$$C = \frac{\sqrt{15}}{2\times3}$$
$$C = \frac{\sqrt{15}}{6}$$

3) تبيان أن العدد D طبيعي حيث: $D = (A-1)^2 + 4\sqrt{5}$

$$D = (2\sqrt{5}-1)^2 + 4\sqrt{5}$$
$$D = (2\sqrt{5})^2 + 1^2 - 2\times2\sqrt{5}\times1 + 4\sqrt{5}$$
$$D = 4\sqrt{5^2} + 1 - 4\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$$
$$D = 4\times5 + 1$$
$$D = 20 + 1$$
$$D = 21$$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1) نشر ثم تبسيط العبارة E:

$$E = (x+4)^2 - 3(x^2-16)$$
$$E = x^2 + 4^2 + 2\times x\times4 - 3\times x^2 + 3\times16$$
$$E = x^2 + 16 + 8x - 3x^2 + 48$$
$$E = -2x^2 + 8x + 64$$

توجيهات

تذكير

لكتابة العدد غير الناطق $\sqrt{80}$ على الشكل $b\sqrt{5}$ نكتب ما بداخل الجذر على شكل جداء عددين أحدهما مربع عدد طبيعي $(\ldots16،9،4)$ ثم نطبق الخاصية: $\sqrt{b^2a} = b\sqrt{a}$

انتبه

عند كتابة نسبة بمقام ناطق حيث البسط مجموع أو فرق، نراعي كتابة الأقواس:

مثال:

$$E = \frac{\sqrt{2}-3}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2}-3)\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$$
$$= \frac{\sqrt{2}\times\sqrt{2} - 3\times\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}}$$
$$= \frac{2-3\sqrt{2}}{2}$$

انتبه

لا تنسى كتابة الأقواس عند تربيع الجداء $2\sqrt{5}$، ثم تطبيق الخاصية:

$$(ab)^2 = a^2\times b^2$$

انتبه

عند نشر عبارة من الشكل $(a+b)^2$:

$$(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$$

و الصحيح هو:

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

أو:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

تذكير

المتطابقة الشهيرة : جداء مجموع حدين و فرقهما:

تحليل ←

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

→ نشر

2) تحليل العبارة x^2-16 إلى جداء عاملين:

$$x^2-16=x^2-4^2=(x-4)(x+4)$$

- استنتاج تحليل للعبارة E:

$$E=(x+4)^2-3(x^2-16)$$
$$E=(x+4)^2-3(x-4)(x+4)$$
$$E=(x+4)[(x+4)-3(x-4)]$$
$$E=(x+4)(x+4-3x+12)$$
$$E=(x+4)(-2x+16)$$

3) حل المعادلة $-2x^2+8x+64=0$:

$-2x^2+8x+64=0$ أي: $(x+4)(-2x+16)=0$

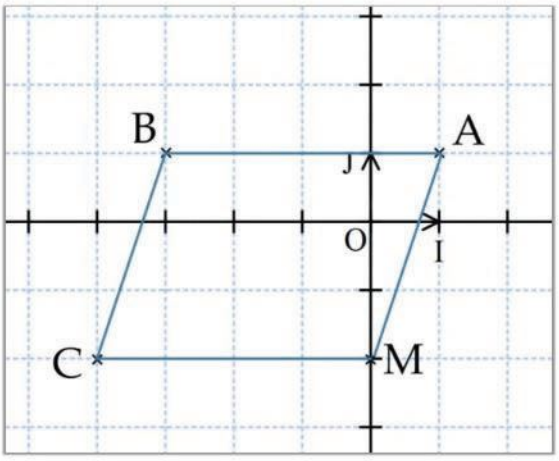
معناه: $x+4=0$ أي: $x=-4$

أو: $-2x+16=0$ أي: $-2x=-16$ أي: $x=\frac{-16}{-2}=8$

للمعادلة حلان هما: 4- و 8.

التمرين الثالث: (06 نقاط)

1) تعليم النقط: $A(1\ ;\ 1)$ ؛ $B(-3\ ;\ 1)$ ؛ $C(-4\ ;\ -2)$



2) حساب مركبتي الشعاع $\overrightarrow{BC}$:

لدينا $x_C-x_B=-4-(-3)=-4+3=-1$

و $y_C-y_B=-2-1=-3$

و منه: $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-1\\-3\end{pmatrix}$

تذكير :

شعاعان متساويان معناه لهما نفس المركبتين (المركبة الاولى لأحد الشعاعين تساوي المركبة الأولى للشعاع الآخر، كذلك بالنسبة للمركبة الثانية)

3) • تعيين النقطة M صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$

• حساب احداثيي M:

لدينا: النقطة M صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BA}$ ،

معناه الرباعي ABCM متوازي أضلاع، ينتج: $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AM}$

حساب مركبتي $\overrightarrow{AM}$:

لدينا: $x_M - x_A = x_M - 1$

و $y_M - y_A = y_M - 1$

أي $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x_M - 1 \\ y_M - 1 \end{pmatrix}$ و لدينا: $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$

بما أن: $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AM}$

فإن: $x_M - 1 = -1$ أي: $x_M = -1 + 1$ و منه: $x_M = 0$

و: $y_M - 1 = -3$ أي: $y_M = -3 + 1$ و منه: $y_M = -2$

و عليه: $M(0\,;-2)$

4) حساب احداثيي K مركز تناظر الرباعي ABCM:

بما أن الرباعي ABCM متوازي الاضلاع فإن K هي منتصف أحد قطريه،

نأخذ K منتصف [AC]:

أي : $x_K = \dfrac{x_A + x_C}{2} = \dfrac{1 + (-4)}{2} = -\dfrac{3}{2}$

و : $y_K = \dfrac{y_A + y_C}{2} = \dfrac{1 + (-2)}{2} = -\dfrac{1}{2}$

و عليه: $K(-\dfrac{3}{2}\,;-\dfrac{1}{2})$

التمرين الرابع: (06 نقاط)

1) تبيان أن المستقيمان (FN) و (RT) متوازيان:

لدينا: $\dfrac{SN}{ST} = \dfrac{2,1}{7} = 0,3$ و $\dfrac{SF}{SR} = \dfrac{6,5-5}{5} = \dfrac{1,5}{5} = 0,3$

بما أن $\dfrac{SN}{ST} = \dfrac{SF}{SR}$ و النقط S، R و F من جهة و النقط S، T و N من جهة أخرى بنفس الترتيب و في استقامية، فإن المستقيمان (FN) و (RT) متوازيان حسب عكس خاصية طالس.

2) شرح لماذا $(FN) \perp (RF)$:

لدينا: رؤوس المثلث RTS تنتمي للدائرة (C) التي قطرها الضلع [TS] فيكون المثلث RTS قائما في R أي $(RF) \perp (RT)$ ...(1)

و لدينا مما سبق: $(FN) \,//\, (RT)$ ...(2)

من (1) و (2) نستنتج أن: $(FN) \perp (RF)$

3) حساب قيس الزاوية SNF :

لدينا في المثلث SNF القائم في F: $\sin SNF = \dfrac{SF}{SN} = \dfrac{1,5}{2,1}$ أي

$\sin SNF \simeq 0,714$

باستعمال آلة حاسبة نجد: $SNF \simeq 46°$

تذكير:

لإثبات توازي مستقيمين يمكن توظيف عكس خاصية طالس كما يلي:

- نتأكد من استقامية و ترتيب النقط وفقا للوضعية المطلوبة.
- نحسب نسبتين مناسبتين كل على حدى لنجد أنهما متساويتان.
- بتحقق الشرطين يكون المستقيمان متوازيان.

المسألة: (06 نقاط)

الناحية الأولى:

• **مساعدة عباس في تحديد الاستهلاك اليومي الأقصى لكل من البقرة الواحدة و الشاة الواحدة:**

نرمز لاستهلاك الشاة الواحدة بـ x **فيكون استهلاك البقرة الواحدة هو** $3x$

و بالتالي استهلاك جميع المواشي هو: $40\times 3x+75\times x=120x+75x=195x$

كمية الأعلاف المستهلكة يوميا لا تتجاوز $780\ Kg$ **أي:**

$195x<780$ **ومنه:** $\frac{195}{195}x<\frac{780}{195}$ **أي** $x<4$

و بالتالي :

الاستهلاك اليومي الأقصى للشاة الواحدة هو: $4Kg$

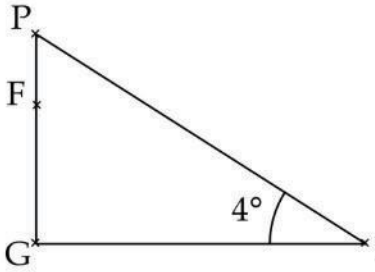
و الاستهلاك اليومي الأقصى للبقرة الواحدة هو: $12Kg$ **لأن** $3\times 4=12$

الناحية الثانية:

مساعد عباس في اختيار الكشاف الضوئي المناسب لمزرعته من بين الكشافات المقترحة:

نحسب المدى المناسب لإضاءة أقصى نقطة في المزرعة أي PR**:**

لدينا في المثلث PRG **القائم** G **في :**



$$\sin PRG=\frac{PG}{PR}$$

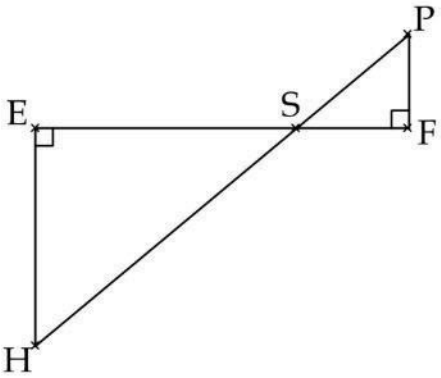
$$\sin 4°=\frac{PG}{PR}\quad ...(3)\quad \text{أي}$$

يلزم حساب الطول PG**:** $PG=GF+FP=4+FP$

حساب الطول FP**:**

لدينا (FP) // (EH) **لأنهما عموديان على نفس المستقيم، و** S **نقطة تقاطع** (HP) **و** (EF)**، حسب خاصية طالس نجد:**

$$\frac{SF}{SE}=\frac{FP}{EH}=\frac{SP}{SH}$$



بالتعويض العددي: $\frac{9,1-5,6}{5,6}=\frac{FP}{4}=\frac{SP}{SH}$

نأخذ: $\frac{3,5}{5,6}=\frac{FP}{4}$ **أي:** $FP=\frac{3,5\times 4}{5,6}$

نجد: $FP=2,5m$

و منه : PG=4+2,5 **أي :** $PG=6,5m$

بتعويض PG **في** (3) **نجد:**

$\sin 4°=\frac{6,5}{PR}$ **أي** $PR=\frac{6,5}{\sin 4°}$ **و منه** $PR\simeq 93m$

و بالتالي الكشّاف المناسب في هذه الحالة هو الكشّاف الثالث ذو المدى $95m$.

توجيه

لترييض مشكلات:

- نقرأ جيدا و نتمعن في نص المشكلة.
- نرمز للمجهول بحرف ، عادة يكون x، ثم نكتب باقي المعطيات بدلالة هذه الحرف.
- نبحث عن الجمل المفتاحية التي بها نترجم المعطيات إلى صيغة رياضية ، كمتراجحة ("لا تتجاوز كمية الأعلاف..") أو معادلة (مثلا: " حتى تكون مساحة القطعة الاولى تساوي ضعف مساحة الثانية") أو غيرها من الصيغ الرياضية.
- نحل المتراجحة أو المعادلة المتحصل عليها.
- نتأكد من صحة الحل.
- نجيب عن المشكلة.

انتبه

عند حل مثل هذه الوضعيات، يكون الوصول للمطلوب بتوظيف اكثر من خاصية أو طريقة أو قانون، لذلك نستحضر جيدا مختلف الخواص و نتأكد من صلاحية تطبيقها مع المعطيات المختلفة في الوضعية.

انتبه

عند حساب المجهول x في معادلة من الشكل $a=\frac{b}{x}$ حيث a و b معلومان، فإن: $x=\frac{b}{a}$

شبكة تصحيح الوضعية

السؤال	المعيار	المؤشرات	سلم التنقيط	العلامة الجزئية	العلامة النهائية
01	التفسير السليم للوضعية	• توظيف الترميز بحرف و ترجمة المعطيات بدلالة هذ الحرف . • كتابة متراجحة. • حل المتراجحة. • تعويض قيمة الحرف و اعطاء قيمة لاستهلاك كل من البقرة و الشاة.	0,5 إن وُفق في مؤشر واحد 01 إن وُفق في مؤشرين 1,5 إن وُفق في 3 مؤشرات على الأقل	1,5	03
	الاستعمال السليم للأدوات	• المعطيات مترجمة بدلالة x بشكل صحيح. • المتراجحة صحيحة وفق القيم المختارة. • حل المتراجحة صحيح وفق القيم المختارة. • استهلاك كل من البقرة و الشاة صحيح وفق القيم المختارة.	0,5 إن وُفق في مؤشر واحد 01 إن وُفق في مؤشرين 1,5 إن وُفق في 3 مؤشرات على الأقل	1,5	
02	التفسير السليم للوضعية	• التصريح بتوظيف خاصية طالس. • كتابة مساويات تتضمن نسب. • توظيف الرابع المتناسب لحساب FP. • توظيف الجمع لحساب PG • توظيف نسبة مثلثية لحساب الطول RP. • توظيف الرابع المتناسب لحساب RP. • اختيار احد الكشافات.	0,25 إن وُفق في مؤشر واحد 0,5 إن وُفق في مؤشرين 0,75 إن وُفق في ثلاث مؤشرات 01 إن وُفق في أربع مؤشرات 1,5 إن وُفق في خمس مؤشرات على الأقل	1,5	3,5
	الاستعمال السليم للأدوات	• تبرير توازي المستقيمين صحيح. • المساويات المتضمنة للنسب صحيحة. • الطول FP صحيح وفق القيم المختارة • الطول PG صحيح وفق القيم المختارة. • النسبة المثلثية المختارة لحساب الطول RP صحيحة. • الطول RP صحيح وفق القيم المختارة. • اختيار الكشاف صحيح وفق القيم المختارة.	0,5 إن وُفق في مؤشر واحد 01 إن وُفق في مؤشرين 1,5 إن وُفق في ثلاث مؤشرات 1,75 إن وُفق في أربع مؤشرات 2 إن وُفق في خمس مؤشرات على الأقل	02	
كل الوضعية	الانسجام	• تسلسل خطوات الحل منطقي. • وحدة القياس محترمة. • معقولية النتائج.	0,5 إن وُفق في مؤشر واحد 0,75 إن وُفق في مؤشرين على الأقل	0,75	1,5
	الإتقان	• الكتابة مقروءة • عدم التشطيب • صياغة النتائج بوضوح	0,5 إن وُفق في مؤشر واحد 07,5 إن وُفق في مؤشرين على الأقل	0,75	