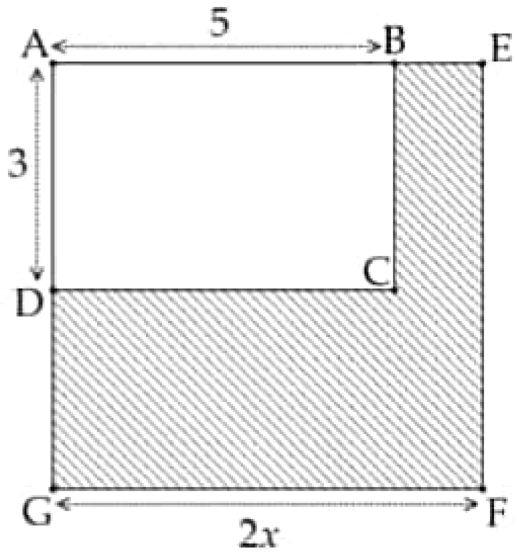
تتسارع وتيرة التطور التقني و الرقمي في حياتنا وتزداد معه سهولة توفير الخدمات، فيما يلي نرى تطوير مركز لتوزيع الطرود البريدية.

الجزء الأول:

بغرض تجهيز مركز لتوزيع الطرود البريدية بمعدات جديدة تتم توسعته (الشكل [01]، وحدة الطول هي dam، x عدد موجب). حيث المستطيل $ABCD$ يمثل المركز قبل التوسعة و المربع $AEFG$ يمثل المركز بعد التوسعة. نريد إيجاد المساحة المُضافة اللازمة مع الأخذ بعين الاعتبار التكلفة المخصصة لذلك.



الشكل [01]

1) حلّل العبارة $4x^2-36$.

2) جد مساحتي المركز قبل التوسعة و بعد التوسعة (بدلالة x) ثم استنتج عبارة المساحة المُضافة بدلالة x.

3) بعد مراجعات للتكلفة المالية للمشروع قرر مدير المركز أن تكون المساحة المضافة $21\ dam^2$.

- بيّن أن هذا الشرط يمكن كتابته بمعادلة من الشكل $(ax+b)(ax-b)=0$ مع تعيين العددين الطبيعيين a و b.
- جد قيمة x في هذه الحالة.

الجزء الثاني:

يقتني المركز آلات لتصنيع العلب المخصصة للطرود، لذلك طرح مناقصة لتزويده بمادة الورق المقوى فتلقى العرضين التاليين:

العرض الأول: $500\ DA$ للرزمة الواحدة من الورق.

العرض الثاني: $200\ DA$ للرزمة الواحدة من الورق مع دفع مساهمة سنوية مقدرة بـ $6000\ DA$.

1) باعتبار x هو عدد الرزم، جد قيم x التي من أجلها يكون العرض الثاني أفضل من العرض الأول.

2) استنتج العرض المناسب لهذا المركز إذا علمت أن الاستهلاك السنوي له من مادة الورق هو 18 رزمة.

الجزء الثالث:

يتم انتقال الطرود داخل المركز بين مختلف المصالح عن طريق روبوتات تتحرك على شبكة مرصوفة مثبتة في سقف المركز (الشكل [02]، المعلم متعامد و متجانس) حيث يتوسط الشبكة مركز التحكم O.

1) تتموقع في النقط E ، F و H ثلاث روبوتات.

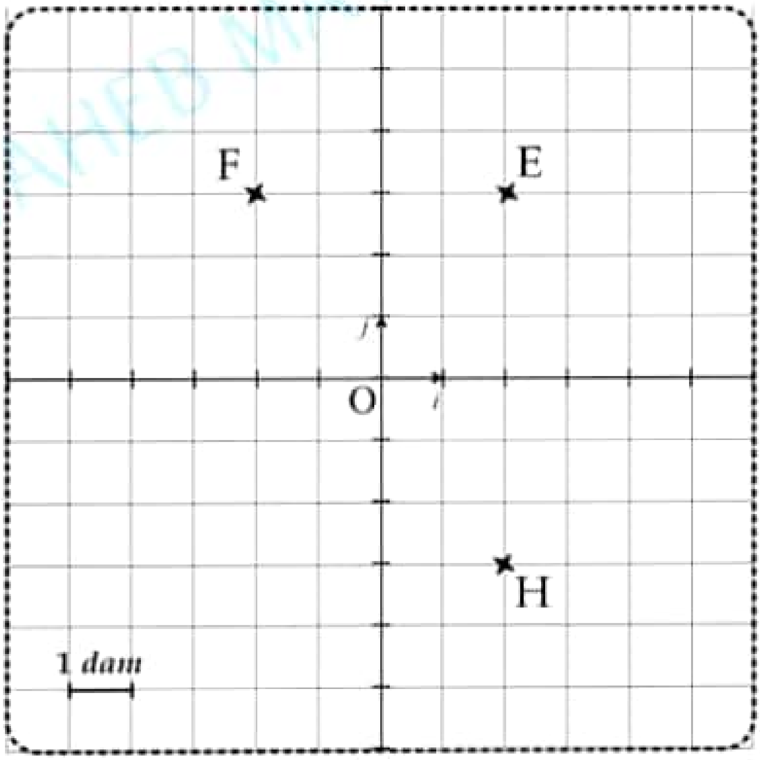
- بيّن طبيعة المثلث الذي تشكله هذه الروبوتات إذا علمت أن: $EF=4\,dam$ و $FH=2\sqrt{13}\,dam$

2) لكثرة الطرود الواردة يتم تشغيل روبوت رابع في الموقع G، بحيث $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$.

- جد حسابيا احداثيتي الروبوت G.

3) في معلم متعامد و متجانس مبدؤه O. علّم مواقع الروبوتات الأربع E ،F ،G و H.

- بيّن أن: $\overrightarrow{OH} + \overrightarrow{OG} - \overrightarrow{EH} = \vec{0}$.



الشكل [02]

عناصر الإجابة	التنقيط

الجزء الأول:

1) تحليل العبارة: $4x^2-36$.

$4x^2-36=(2x)^2-6^2$

$\boxed{4x^2-36=(2x-6)(2x+6)}$

2) إيجاد المساحات التالية:

S_{ABCD}: مساحة المركز قبل التوسعة:

لدينا: $S_{ABCD}=5\times3$

ومنه: $\boxed{S_{ABCD}=15\ dam^2}$

S_{AEFG}: مساحة المركز بعد التوسعة:

$S_{AEFG}=(2x)^2$

$\boxed{S_{AEFG}=4x^2\ dam^2}$

S: المساحة المضافة بدلالة x.

$S=S_{AEFG}-S_{ABCD}$

$\boxed{S=4x^2-15\ dam^2}$

3) تبيان أن شرط مدير المركز يكتب بمعادلة من الشكل $(ax+b)(ax-b)=0$:

لدينا: $S=21$

أي $4x^2-15=21$

$4x^2-15-21=0$

أي $4x^2-36=0$

ومنه: $\boxed{\begin{array}{c}(2x-6)(2x+6)=0\\ a=2\ ;\ b=6\end{array}}$

• إيجاد قيم x في هذه الحالة:

نحل المعادلة: $(2x-6)(2x+6)=0$

إما: $2x+6=0$

أي: $2x=-6$

ومنه: $x=-3$ (حل مرفوض).

عناصر الإجابة	التنقيط

أو: $2x-6=0$

أي $2x=6$

ومنه: $x=3$

إذن قيمة x التي تجعل المساحة المضافة $21\ dam^2$ هي: $3dam$.

الجزء الثاني:

1) إيجاد قيم x التي يكون من أجلها العرض الثاني أفضل من العرض الأول:

لدينا: x هو عدد الرزم.

فيكون:

P_1: الثمن المدفوع بالعرض الأول هو:

$P_1=500x$

P_2: الثمن المدفوع بالعرض الثاني هو:

$P_2=200x+6000$

P_2 أفضل من P_1 أي $P_2<P_1$

ومنه: $200x+6000<500x$

أي: $200x-500x<-6000$

$-300x<-6000$

$\frac{-300x}{-300}>\frac{-6000}{-300}$

ومنه: $x>20$

إذن يكون العرض الثاني أفضل من العرض الأول لما يكون عدد الرزم (x) أكبر من 20.

2) العرض المناسب للمركز هو العرض الأول لأن $x<20$.

الجزء الثالث:

1) تبيان طبيعة المثلث EFH:

نحسب الطول EH:

لدينا $EH=\sqrt{(x_H-x_E)^2+(y_H-y_E)^2}$.

ومنه $EH=\sqrt{(2-2)^2+(-3-3)^2}$

أي $EH=\sqrt{0^2+(-6)^2}$

$EH=\sqrt{36}$

إذن $EH=6\ dam$

لدينا: $FH^2=(2\sqrt{13})^2=4\times 13=52$

و $EH^2+EF^2=6^2+4^2=36+16=52$

بما أن: $FH^2=EH^2+EF^2$

فإن المثلث EFH قائم في E حسب عكس خاصية فيثاغورس.

2) إيجاد احداثيتي G حسابيا:

لدينا: $\vec{EF}\begin{pmatrix}x_F-x_E\\ y_F-y_E\end{pmatrix}$ أي $\vec{EF}\begin{pmatrix}-2-2\\ 3-3\end{pmatrix}$

ومنه: $\vec{EF}\begin{pmatrix}-4\\ 0\end{pmatrix}$

نفترض: $G(x;y)$:

لدينا: $\vec{HG}\begin{pmatrix}x_G-x_H\\ y_G-y_H\end{pmatrix}$ أي $\vec{HG}\begin{pmatrix}x-2\\ y+3\end{pmatrix}$.

بما أن: $\vec{EF}=\vec{HG}$

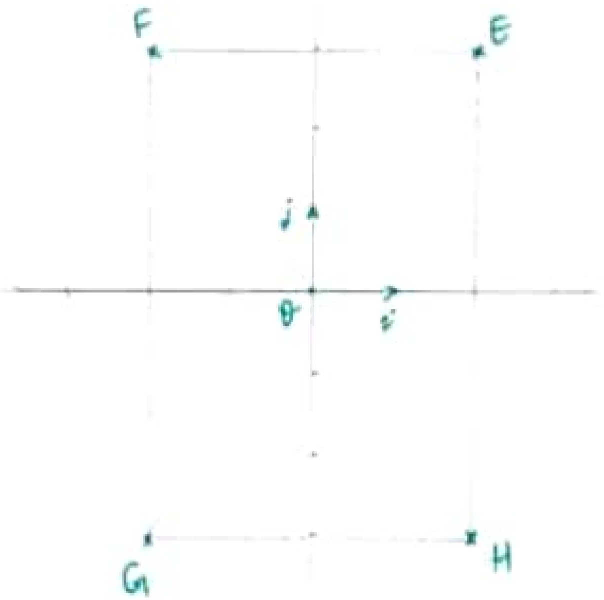
فإن:

$x-2=-4$ أي $x=-4+2$ ومنه $x=-2$

و $y+3=0$ أي $y=-3$

إذن $\boxed{G(-2;-3)}$

3) تعليم النقط E، F، G و H في معلم متعامد ومتجانس:



* تبيان أن: $\vec{OH}+\vec{OG}-\vec{EH}=\vec{0}$

$$\begin{aligned}\vec{OH}+\vec{OG}-\vec{EH} &= \vec{OH}+\vec{OG}+\vec{HE}\\ &= \vec{OH}+\vec{HE}+\vec{OG}\\ &= \vec{OE}+\vec{OG}\\ &= \vec{OE}+\vec{EO}\\ &= \vec{OO}\\ &= \vec{0}.\end{aligned}$$