

الجزء الأول: (12 نقطة)

التمرين الأول: (03 نقاط)

ليكن العددين الحقيقيين A و B حيث: $A = \sqrt{2}(3 + \sqrt{2}) + \sqrt{50} - 6$ ؛ $B = \frac{4 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

(1) بين أن: $A = 8\sqrt{2} - 4$.

(2) اكتب النسبة B بمقام ناطق.

(3) بين صحة المساواة: $2B = \frac{1}{2}A$.

التمرين الثاني: (03 نقاط)

لتكن العبارة M حيث: $M = (2x - 3)^2 - 4 + 8(2x - 1)$

(1) انشر ثم بسط العبارة M.

(2) حل العبارة $(2x - 3)^2 - 4$ ثم استنتج تحليلا للعبارة M.

(3) حل المعادلة: $(2x + 3)(2x - 1) = 0$.

التمرين الثالث: (03 نقاط)

تمعن في الشكل المقابل حيث وحدة الطول هي cm و القياسات غير حقيقية:

(1) احسب الطولين AC و AF.

(2) برهن أن المستقيمين (BC) و (AE) متوازيين

$$\frac{FE}{FB} = \frac{2}{4}$$

إذا علمت أن

التمرين الرابع: (03 نقاط)

في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O, \overline{OI}, \overline{OJ})$ (وحدة الطول هي 1cm) علم النقط التالية:

$$A(0;3) , B(3;3) , C(2;-1) , D(-1;-1)$$

(1) برهن أن الرباعي ABCD هو متوازي أضلاع.

(2) احسب احداثيتي النقطة E مركز الرباعي ABCD .

(3) علم النقطة M حيث: $\overline{AM} = \overline{AD} + \overline{DB} - \overline{CA}$

الجزء الثاني: (8 نقاط)

المسألة:

في اطار تجديد المرافق العامة لبلدية متوسة، تمت دراسة مشروع انجاز مقر جديد للمكتبة العمومية.

الجزء الأول:

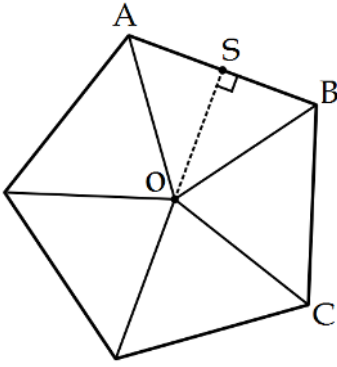
الشكل المقابل (مضلع منتظم) يمثل مخطط الأرضية لهذه المكتبة:

حيث: $OS=10m$

(1) جد قيس الزاوية التي يشكلها كل جدارين متتاليين.

(2) جد مساحة الأرض اللازمة لبناء هذه المكتبة.

ملاحظة: تُدور النتائج غير المضبوطة إلى 10^{-1}



الجزء الثاني:

بعد اتمام بناء المقر الجديد، تدعمت المكتبة بكتب جديدة منها الأدبية و منها العلمية، حيث ضعف مجموع عدد الكتب الأدبية و عدد الكتب العلمية هو 500، و فرق عدديهما هو 90.
♦ جد عدد الكتب من كل صنف.

الجزء الثالث:

يقترح مدير المكتبة صيغتين لإعارة الكتب:

الصيغة الأولى لغير المنخرطين: 15DA لكل كتاب مستعار.

الصيغة الثانية للمنخرطين: دفع اشتراك سنوي قدره 300 DA بالإضافة إلى 5DA لكل كتاب مستعار.

(1) انقل و أتمم الجدول التالي:

عدد الكتب المستعارة خلال السنة	10
الثمن بالصيغة الأولى (DA)	...	450	...
الثمن بالصيغة الثانية (DA)	500

(2) نضع x عدد الكتب المستعارة في السنة، و $f(x)$ ثمن الاستعارة بالصيغة الأولى، و $h(x)$ ثمن الاستعارة بالصيغة الثانية.

• عبر بدلالة x عن كل من $f(x)$ و $h(x)$ ، ما نوع كل من الدالتين f و g ؟

(3) في معلم متعامد ومتجانس مثل الدالتين f و h (نضع : كل $1cm$ على محور الفواصل يمثل 10 كتب، و كل $1cm$

على محور الترتيب يمثل 150DA).

• حدّد من البيان الصيغة الأكثر فائدة للقارئ مع الشرح.

الإجابة النموذجية للاختبار التجريبي لشهادة التعليم المتوسط في مادة الرياضيات 2016\2017

العلامة الكاملة	العلامة الجزئية	عناصر الإجابة	
03	0,5 0,25 0,25	<p>حل التمرين الأول:</p> <p>(1) تبيان أن $A = 8\sqrt{2} - 4$</p> $A = \sqrt{2}(3 + \sqrt{2}) + \sqrt{50} - 6$ $= 3\sqrt{2} + 2 + \sqrt{25 \times 2} - 6$ $= 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 4$ $= 8\sqrt{2} - 4$	
		<p>(2) كتابة النسبة B بمقام ناطق:</p> $B = \frac{4 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ $= \frac{(4 - \sqrt{2})\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$ $= \frac{4\sqrt{2} - 2}{2}$	
		<p>(3) تبيان أن $2B = \frac{1}{2}A$</p> $2B = 2 \left(\frac{4\sqrt{2} - 2}{2} \right) = 4\sqrt{2} - 2 \dots \dots (1)$ $\frac{1}{2}A = \frac{1}{2}(8\sqrt{2} - 4) = \frac{8\sqrt{2}}{2} - \frac{4}{2} = 4\sqrt{2} - 2 \dots \dots (2)$ <p>من (1) و (2) نجد المساواة $2B = \frac{1}{2}A$ محققة .</p>	
	0,5 0,5	<p>حل التمرين الثاني:</p> <p>(1) نشر وتبسيط العبارة M:</p> $M = (2x - 3)^2 - 4 + 8(2x - 1)$ $= 4x^2 + 9 - 12x - 4 + 16x - 8$ $= 4x^2 + 4x - 3$	
		<p>(2) تحليل العبارة $(2x - 3)^2 - 4$:</p> $(2x - 3)^2 - 4 = (2x - 3)^2 - 2^2$ $= (2x - 3 - 2)(2x - 3 + 2)$ $= (2x - 5)(2x - 1)$	
		<p>استنتاج تحليل للعبارة M:</p> $M = (2x - 3)^2 - 4 + 8(2x - 1)$ $= (2x - 5)(2x - 1) + 8(2x - 1)$ $= (2x - 1)(2x - 5 + 8)$ $= (2x - 1)(2x + 3)$	
	0,5	0,5	
		0,5	

(3) حل المعادلة M=0:

معناه : $2x+3=0$ و منه $2x=-3$ إذن : $x=-\frac{3}{2}$

أو : $2x-1=0$ و منه $2x=1$ إذن : $x=\frac{1}{2}$

للمعادلة حلان هما $-\frac{3}{2}$ و $\frac{1}{2}$.

حل التمرين الثالث:

(1) - حساب الطول AC:

لدينا المثلث ABC قائم في B ، حسب نظرية فيثاغورس نجد:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 60^2 + 45^2$$

$$AC^2 = 5625$$

$$AC = \sqrt{5625}$$

$$AC = 75$$

الطول AC يساوي 75 cm

- حساب الطول AF:

لدينا في المثلث ABC : $(BC) \parallel (GF)$ لأنهما عموديان على نفس المستقيم (AB) حسب نظرية طالس نجد :

$$AF = \frac{75 \times 15}{45} \quad \text{و منه:} \quad \frac{AF}{75} = \frac{15}{45} \quad \text{بالتعويض} \quad \frac{AF}{AC} = \frac{AG}{AB} = \frac{FG}{BC}$$

$$AF = 25 \text{ cm} \quad \text{إذن :}$$

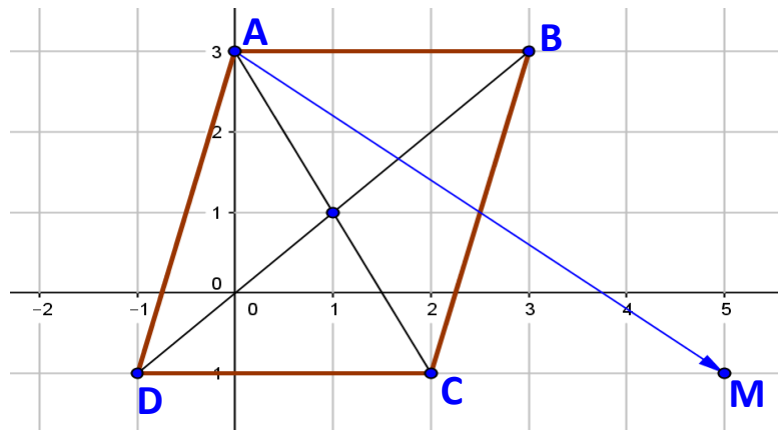
(2) اثبات أن $(BC) \parallel (AE)$:

$$\frac{FA}{FC} = \frac{25}{75-25} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad \frac{FE}{FB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad \text{لدينا:}$$

بما أن $\frac{FE}{FB} = \frac{FA}{FC}$ و النقط A ، F ، C ، بنفس ترتيب النقط E ، F ، B فإن النظرية العكسية لنظرية طالس. $(BC) \parallel (AE)$ حسب

حل التمرين الرابع:

(1) تعليم النقط A(0;3) ، B(3;3) ، C(2;-1) ، D(-1;-1).



01

01

03

01

01

0,5

(2) برهان أن الرباعي ABCD متوازي أضلاع:
لكي يكون الرباعي ABCD متوازي أضلاع يجب أن يكون فيه شعاعين متساويين،
نختار $\overline{AB} = \overline{DC}$ و نتحقق من المساواة بالحسابات:

01

$$\overline{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}, \quad \overline{AB} \begin{pmatrix} 3-0 \\ 3-3 \end{pmatrix}, \quad \overline{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overline{DC} \begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix}, \quad \overline{DC} \begin{pmatrix} 2-(-1) \\ -1-(-1) \end{pmatrix}, \quad \overline{DC} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

إذن الرباعي ABCD متوازي أضلاع

(3) حساب إحداثياتي E مركز تناظر الرباعي:
معناه E منتصف احد القطرين وليكن [AC]:

03

0,5

$$E \left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2} \right)$$

$$E \left(\frac{0+2}{2}; \frac{3+(-1)}{2} \right)$$

$$E(1;1)$$

(4) تعليم النقطة M بحيث $\overline{AM} = \overline{AD} + \overline{DB} - \overline{CA}$

$$\overline{AM} = \overline{AD} + \overline{DB} - \overline{CA}$$

$$\overline{AM} = \overline{AB} + \overline{AC}$$

باستخدام العلاقة: $\overline{AM} = \overline{AB} + \overline{AC}$ (قاعدة متوازي الأضلاع)
ننشئ النقطة M على المعلم و نجد بقراءة بيانية نجد $M(5; -1)$

01

حل المسألة:

الجزء الأول:

(1) إيجاد قيس الزاوية التي يشكلها جدارين متتاليين أي \widehat{ABC} :

أولا نجد قيس الزاوية المركزية \widehat{AOB}

$$\widehat{ABO} = \frac{180-72}{2} = 54 \quad \text{ومنه} \quad \widehat{AOB} = \frac{360}{5} = 72$$

$$\widehat{ABC} = \widehat{ABO} \times 2 = 54 \times 2 = 108^\circ \quad \text{ومنه}$$

إذن قيس الزاوية التي يشكلها كل جدارين متتاليين هي 108°

(2) إيجاد مساحة القطعة الأرضية:

معناه إيجاد S_t مساحة الخماسي:

02

$$S_t = S_{ABC} \times 5$$

$$S_{ABC} = \frac{AB \times OS}{2}$$

$$AB = 2SB$$

$$\tan ABO = \frac{OS}{SB}$$

حيث :

$$SB = \frac{OS}{\tan 54} = \frac{10}{\tan 54} \approx 7,3$$

ومنه : $AB = 2 \times 7,3 \approx 14,6 \text{ cm}$

$$S_{ABC} = \frac{AB \times SO}{2} = \frac{14,6 \times 10}{2} = 73 \text{ m}^2 \text{ : نجد}$$

$$S_t = S_{ABC} \times 5 = 73 \times 5 = 365 \text{ m}^2 \text{ إذن}$$

مساحة القطعة الأرضية هي 365 m^2

الجزء الثاني:

نفرض عدد الكتب الأدبية هو x

و عدد الكتب العلمية هو y

فيكون :

$$\begin{cases} 2(x + y) = 500 \\ x - y = 90 \end{cases}$$

ومنه

$$\begin{cases} x + y = 250 \dots (1) \\ x - y = 90 \dots (2) \end{cases}$$

02

بجمع (1) و (2) طرفا لطرف نجد:

$$2x = 340 \text{ و منه } x = 170$$

بتعويض قيمة x في المعادلة (2) نجد

$$y = 80 \text{ و منه } 170 - y = 90$$

إذن: عدد الكتب الأدبية هو: 170 كتاب

و عدد الكتب العلمية هو: 80 كتاب

الجزء الثالث:

(1) إتمام الجدول:

عدد الكتب المعارة خلال السنة	10	30	40
الثلث بـ DA	150	450	600
الثلث بـ DA	350	450	500

(2) التعبير بدلالة x عن كل من $f(x)$ و $h(x)$:

$$f(x) = 15x \text{ دالة خطية}$$

$$g(x) = 5x + 300 \text{ دالة تآلفية}$$

03

(3) تمثيل الدالتين f و g بيانيا:

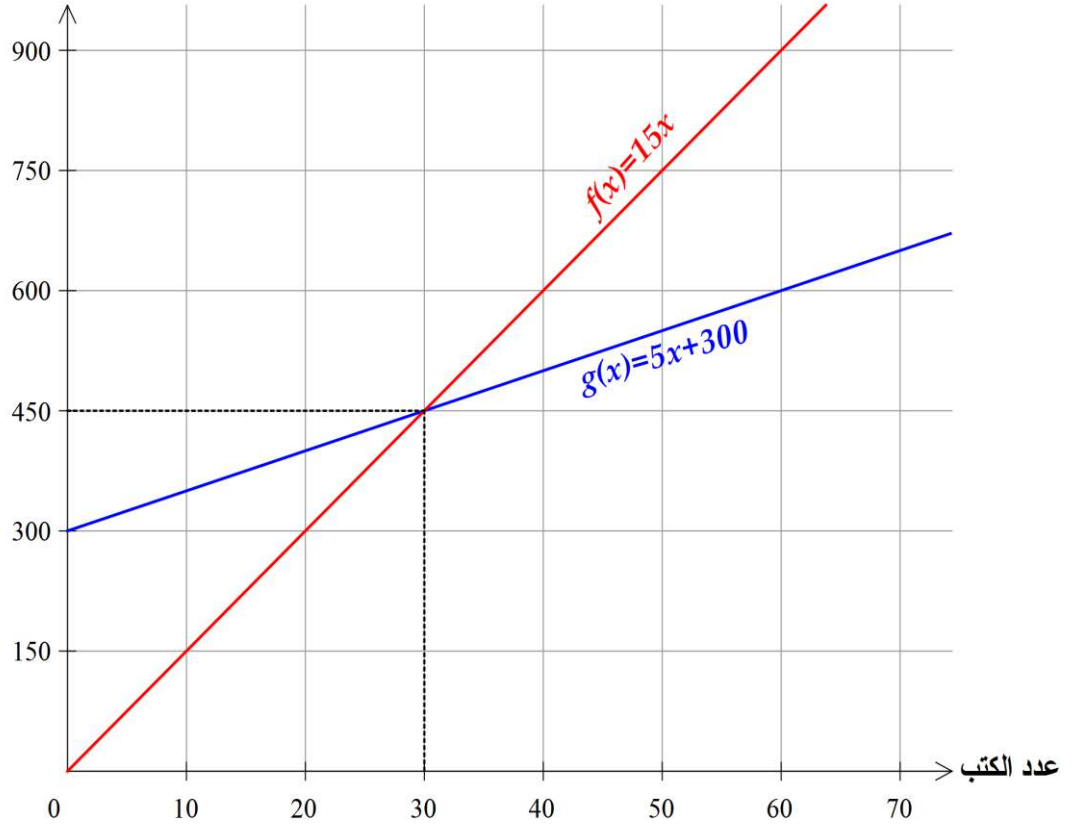
x	0	30
$g(x)$	300	450

x	0	30
$f(x)$	0	450

بالنسبة للدالة f نعلم النقطتين: $(0;0)$ ، $(30;450)$

و بالنسبة للدالة g نعلم النقطتين: $(0;300)$ ، $(30;450)$

ثمن الإعارة (DA)



• تحديد الصيغة الأكثر فائدة للقارئ بيانياً:

لما يكون عدد الكتب المعارة:

$0 < x < 30$: على القارئ اختيار الصيغة الأولى لأن تمثيلها البياني يقع أسفل التمثيل البياني للصيغة الثانية و بالتالي يكون أقل تكلفة.

$x > 30$: على القارئ اختيار الصيغة الثانية لأن تمثيلها البياني يقع أسفل التمثيل البياني للصيغة الأولى و بالتالي يكون أقل تكلفة .

و لهذا يمكن القول أن التكلفة الجيدة مرتبطة بعدد الكتب المراد استعارتها

شبكة تصحيح المسألة

السؤال	المعيار	المؤشرات	سلم التنقيط	العلامة الجزئية	العلامة النهائية
الجزء الأول	1م	<ul style="list-style-type: none"> • توظيف عملية القسمة لحساب الزاوية المركزية. • توظيف عملية الجمع لحساب الزاوية \widehat{ABC}. • توظيف نسبة مثلثية لحساب AB. • توظيف قانون حساب مساحة مثلث. • توظيف عملية الضرب لحساب مساحة الأرضية. 	<p>0.25 إن وُفق في مؤشر واحد.</p> <p>0.5 إن وُفق في مؤشرين.</p> <p>01 إن وُفق في ثلاث مؤشرات على الأقل.</p>	1	02
	2م	<ul style="list-style-type: none"> • قياس الزاوية المركزية صحيح. • قياس الزاوية \widehat{AB} صحيح وفق القيم المحسوبة. • الطول AB صحيح وفق القيم المحسوبة. • مساحة المثلث AOB صحيحة وفق القيم المحسوبة. • مساحة الخماسي صحيحة وفق القيم المحسوبة. 	<p>0.25 إن وُفق في مؤشر واحد.</p> <p>0.5 إن وُفق في مؤشرين.</p> <p>01 إن وُفق في ثلاث مؤشرات على الأقل.</p>	1	
الجزء الثاني	1م	<ul style="list-style-type: none"> • ترميز عددي الصنفين بحرفين . • وضع جملة معادلتين • توظيف احدي طريقتي حل جملة. 	<p>0.5 إن وُفق في مؤشر واحد</p> <p>01 إن وُفق في مؤشرين على الأقل</p>	01	02
	2م	<ul style="list-style-type: none"> • الجملة المعبرة عن المجهولين صحيحة. • حل الجملة صحيح وفق القيم المختارة. 	<p>0.5 إن وُفق في مؤشر واحد</p> <p>01 إن وُفق في مؤشرين</p>	01	
الجزء الثالث	1م	<ul style="list-style-type: none"> • توظيف العمليات الأربع في اتمام الجدول. • التعبير عن الصيغتين بعبارتين حرفيتين • انشاء مستقيمين ممثلين للدالتين • تحديد مجالين يبينان افضلية كل صيغة. 	<p>0.5 إن وُفق في مؤشر واحد.</p> <p>01 إن وُفق في مؤشرين.</p> <p>1,5 إن وُفق في ثلاث مؤشرات على الأقل.</p>	01,5	03
	2م	<ul style="list-style-type: none"> • قيم الجدول صحيحة. • عبارتي الدالتين الخطية و التآلفية صحيحتين. • التمثيل البياني للدالتين صحيح. • تحديد الصيغة المناسبة صحيح وفق مجالين. 	<p>0.5 إن وُفق في مؤشر واحد.</p> <p>01 إن وُفق في مؤشرين.</p> <p>1,5 إن وُفق في ثلاث مؤشرات على الأقل.</p>	01,5	
كل المسألة	3م	<ul style="list-style-type: none"> • تسلسل خطوات الحل منطقي • وحدة القياس محترمة • التصريح بالإجابة 	<p>0,25 إن وُفق في مؤشر واحد</p> <p>0,5 إن وُفق في مؤشرين على الأقل</p>	0,5	01
	4م	<ul style="list-style-type: none"> • الكتابة مقروءة • لا يوجد تشطيبات • تأطير النتائج 	<p>0,25 إن وُفق في مؤشر واحد</p> <p>0,5 إن وُفق في مؤشرين على الأقل</p>	0,5	

المعايير:

- 1م : التفسير السليم للوضعية
- 2م : الإستعمال السليم للأدوات
- 3م : الانسجام
- 4م : الإتقان