الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية **المستوى الدراسي: السنة الرابعة متوسط**

متوسطة: **دورة ماي: 2017**

امتحان تجريبي في مادة الرياضيات **المدة: ساعتين**

الجزء الأول: (12ن)

التمرين الأول: (2,5 ن)

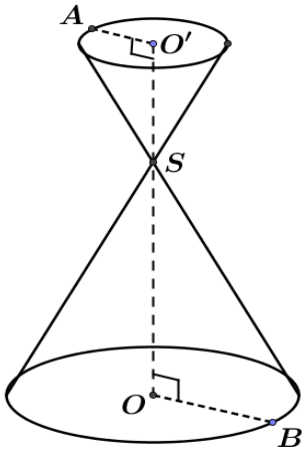
1. أُحسب القاسم المشترك الأكبر للعددين: 1512 وَ 3150.
2. اِكتب $\frac{1512}{3150}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.
3. أُكتب العبارة $A=3\sqrt{320}-\sqrt{45}+8\sqrt{\frac{5}{4}}$ على الشكل $a\sqrt{5}$ حيث a عدد طبيعي.

التمرين الثاني: (3 ن)

C عبارة جبرية حيث: $C=(3x+2)^2-4(2x-1)^2$.

1. أُنشر ثم بسط العبارة C.
2. حلّل العبارة C إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. حل المتراجحة الآتية: $-7x^2+28x\leq -x(7x+2)+10$. ثم مثل مجموعة حلولها بيانيا.
4. أُحسب قيمة العبارة C من اجل: $x=1+\sqrt{2}$.

التمرين الثالث: (3,5 ن)



في الشّكل المقابل مخروطان صغير و كبير. حيث $AO'=2\ cm$ ؛ $BO=6\ cm$.

1. أُحسب الطول $O'S$ إذا علمت أن: $OS=9\ cm$.
2. أُحسب $\tan OSB$، ثم استنتج قيس الزاوية OSB بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة.
3. أُحسب بدلالة π حجم المخروط الكبير.
4. المخروط الصغير هو تصغير للمخروط الكبير.
   أُحسب معامل التصغير. ثم استنتج بدلالة π حجم المخروط الصغير.

التمرين الرابع: (3 ن)

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1. علّم النقط: $A(-4;1)$ ؛ $B(2;-1)$ ؛ $C(3;2)$.
2. علما أن: $AC=5\sqrt{2}$ وَ $BC=\sqrt{10}$. بيّن أنّ المثلث ABC قائم.
3. أُحسب إحداثيتي النقطة E مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.
4. بين أن النقط B ؛ E ؛ $D(-3;4)$ على استقامة واحدة.

الجزء الثاني: $(8\ ن)$

المسالة

الجزء الأول

اِشترت تلميذة من مكتبة 8 **كتب و** 3 **مصاحف بـ** $5000\ DA$ **و اشترى أخوها كتابين و مصحف بـ** $1400\ DA$.

1. **أوجد ثمن الكتاب الواحد و ثمن المصحف الواحد.**

بعد مدة قامت المكتبة بتخفيض سعر الكتاب الواحد بـ $20\ \%$ **و تخفيض المصحف بـ** $25\ \%$ **علما أن سعر الكتاب هو** $400\ DA$ **و سعر المصحف هو** $600\ DA$.

2. **أُحسب السعر الجديد لمجموعة من الكتب تتكون من** 5 **كتب و** 4 **مصاحف.**

الجزء الثاني

تتضمن المكتبة مقهى للانترنت. اقترح صاحبها صيغتين لاستعمال الانترنت.

الصيغة الأولى : $50\ DA$ **للساعة الواحدة.**

الصيغة الثانية : $20\ DA$ **للساعة الواحدة مع مبلغ مسبق قدره** $600\ DA$.

1. **انقل و أكمل الجدول مبينا مراحل الحساب**

عدد الساعات		10		
المبلغ المدفوع بالصيغة الأولى			1000	
المبلغ المدفوع بالصيغة الثانية	600			1200

نسمي x **عدد الساعات المستعملة و** $f(x)$ **المبلغ المدفوع بالصيغة الأولى و** $g(x)$ **المبلغ المدفوع بالصيغة الثانية**

2. **عبر عن** $f(x)$ **و** $g(x)$ **بدلالة** x

3. **اوجد حسابيا عدد الساعات المستعملة التي تكون من اجلها الصيغة الأولى الصيغة الثانية متساويتين.**

في نفس المعلم المتعامد و المتجانس مثل الدالتين $f(x)$ **و** $g(x)$

حيث ($1\ cm \to 10\ h$ **على محور الفواصل و** $1\ cm \to 200\ DA$ **على محور التراتيب)**

- **بقراءة بيانية**

1. **حدد الصيغة الأفضل لشخص يخصص** $2000\ DA$ **للانترنت**

بمناسبة شهر رمضان يقترح صاحب المكتبة على زبائنه صيغة الثالثة هو أن يدفع الزبون $1500\ DA$ **مهما كانت عدد الساعات المستعملة**

2. **عبر بدلالة** x **عن هذا العرض** $h(x)$

3. مثل في نفس المعلم السابق الدالة $h(x)$

4. حدد الصيغة الأفضل حسب عدد الساعات المستعملة.

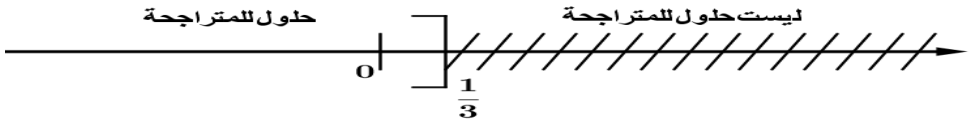
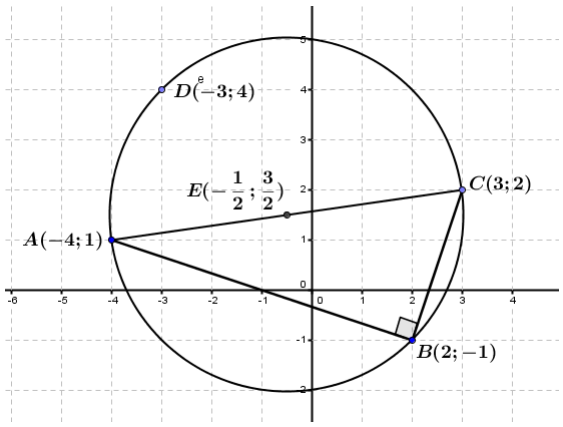
مديرية التربية المستوى الدراسي: السنة الرابعة متوسط

متوسطة: السنة الدراسية: 2017/2016

عرض حال الاختبار الثاني للثلاثي الثاني

التصحيح النموذجي

العلامة الكلية	العلامة المجزأة	
2,5	1	1. حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين: 1512 وَ 3150. $3150=1512\times2+126$ $1512=126\times12+0$ و منه: $PGCD(3150;1512)=126$
	0,5	2. اختزال الكسر: $\frac{1512}{3150}=\frac{1512\div126}{3150\div126}=\frac{12}{25}$
	1	3. كتابة العبارة $A=3\sqrt{320}-\sqrt{45}+8\sqrt{\frac{5}{4}}$ على الشكل $a\sqrt{5}$ حيث a عدد طبيعي. $A=3\sqrt{320}-\sqrt{45}+8\sqrt{\frac{5}{4}}=3\sqrt{64\times5}-\sqrt{9\times5}+8\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}}=24\sqrt{5}-3\sqrt{5}+8\frac{\sqrt{5}}{2}$ $A=24\sqrt{5}-3\sqrt{5}+4\sqrt{5}=25\sqrt{5}$
3	0,75	1. انشر ثم بسط كلا من العبارتين C. $C=(3x+2)^2-4(2x-1)^2=9x^2+4+12x-4(4x^2+1-4x)$ $C=9x^2+4+12x-16x^2-4+16x=-7x^2+28x$
	0,5	2. تحليل العبارة C إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى. $C=(3x+2)^2-4(2x-1)^2=\left[(3x+2)+2(2x-1)\right]\left[(3x+2)-2(2x-1)\right]$ $C=(3x+2+4x-2)(3x+2-4x+2)=7x(-x+4)$
		3. يمكن تحليل نتيجة النشر: $C=(3x+2)^2-4(2x-1)=-7x^2+28x=7x(-x+4)$
	0,5	4. حل المتراجحة الآتية: $-7x^2+28x\le-x(7x+2)+10$ ثم مثل مجموعة حلولها بيانيا. $-7x^2+28x\le-x(7x+2)+10$ $-7x^2+28x\le-7x^2-2x+10$ $-7x^2+7x^2+28x+2x\le10$ $30x\le10$ $x\le\frac{10}{30}$ $x\le\frac{1}{3}$
	0,25	كل قيم x الأصغر من أو تساوي $\frac{1}{3}$ هي حلول للمتراجحة.
	0,5	التمثيل البياني:

		
	0,5	**5. حساب قيمة العبارة من اجل:** $x=1+\sqrt{2}$. $C=-7\left(1+\sqrt{2}\right)^2+28\left(1+\sqrt{2}\right)=-7\left(1+2+2\sqrt{2}\right)+28+28\sqrt{2}$ $C=-7-14-14\sqrt{2}+28+28\sqrt{2}=35+14\sqrt{2}$
3,5		**1. حساب الطول** $O'S$:
	0,5	**لدينا:** $(OO')\perp(AO')$ وَ $(OO')\perp(BO)$ **و منه:** $(AO')//(BO)$
	0,25	**النقط** A ؛ S ؛ B وَ O ؛ S ؛ O' **على استقامة واحدة و بنفس الترتيب.** **ومنه:** $\frac{AS}{BS}=\frac{O'S}{OS}=\frac{AO'}{BO}$ **و منه:** $\frac{AS}{BS}=\frac{O'S}{9}=\frac{2}{6}$ **إذن:** $O'S=\frac{9\times 2}{6}=3$.
	0,75	**2. حساب** $\tan OSB$ **ثم استنتج قيس الزاوية** OSB **بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة.** $\tan OSB=\frac{OB}{OS}=\frac{6}{9}\approx 0,66$ **ومنه:** $OSB\approx 33,42°$ **إذن:** $OSB\approx 33°$
	0,75	**3. حساب بدلالة** π **حجم المخروط الكبير:** $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}r^2\pi h=\frac{1}{3}6^2\times\pi\times 9=108\pi$
	0,5	**4. حساب معامل التصغير.** $k=\frac{O'S}{OS}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$
	0,75	**5. استنتاج بدلالة** π **حجم المخروط الصغير:** $V'=k^3V=\left(\frac{1}{3}\right)^3 108\pi=\frac{1}{27}\times 108\pi=4\pi$
3		**1. تعليم النقط:**
	0,5	 $A(-4;1)$ ؛ $B(2;-1)$ ؛ $C(3;2)$.
		2. علما أن: $AC=5\sqrt{2}$ **و** $BC=\sqrt{10}$. • **إثبات أنّ المثلث** ABC **قائم.** **حساب:**
	0,5	$AB=\sqrt{\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2}=\sqrt{\left(2+4\right)^2+\left(-1-1\right)^2}=\sqrt{36+4}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$
	0,5	**لدينا:** $AC^2=\left(5\sqrt{2}\right)^2=50$ **و** $BC^2+AB^2=\sqrt{10}^2+\left(2\sqrt{10}\right)^2=10+40=50$ **ومنه:** $AC^2=BC^2+AB^2$ **إذن المثلث** ABC **قائم حسب مبرهنة فيثاغورث العكسية.**
		3. حساب إحداثيتي النقطة E **مركز الدائرة المحيطة بالمثلث** ABC .
	0,5	$E\left(\frac{x_A+x_C}{2};\frac{y_A+y_C}{2}\right)$ **و منه:** $E\left(\frac{-4+3}{2};\frac{1+2}{2}\right)$ **إذن:** $E\left(\frac{-1}{2};\frac{3}{2}\right)$
		4. إثبات أن النقط B ؛ E ؛ $D(-3;4)$ **على استقامة واحدة. يجب إثبات أن:** $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{ED}$. **حساب إحداثيات** $\overrightarrow{BE}$: **حساب إحداثيات** $\overrightarrow{ED}$:

	0,5 0,5	$\overrightarrow{BE}\left(x_E-x_B;y_E-y_B\right)$ $\overrightarrow{BE}\left(-\frac{1}{2}-2;\frac{3}{2}+1\right)$ و منه: $\overrightarrow{BE}\left(\frac{-5}{2};\frac{5}{2}\right)$ $\overrightarrow{ED}\left(x_E-x_B;y_E-y_B\right)$ $\overrightarrow{ED}\left(-3+\frac{1}{2};4-\frac{3}{2}\right)$ و منه: $\overrightarrow{ED}\left(\frac{-5}{2};\frac{5}{2}\right)$ بما أن: $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{ED}$ فإن: النقط B ؛ E ؛ D على استقامة واحدة.	

		المسألة: **الجزء الأول** **اِشترت تلميذة من مكتبة 8 كتب و 3 مصاحف بـ 5000 DA و اشترى أخوها كتابين و مصحف بـ 1400 DA.**	
	0,25	**1. إيجاد ثمن الكتاب الواحد و ثمن المصحف الواحد.** **ليكن ثمن الكتاب هو: x. و ثمن المصحف هو: y.** $\begin{cases}8x+3y=5000 \ldots (1)\\2x+y=1400 \ldots (2)\end{cases}$ **نضرب طرفي المعادلة (2) في العدد -3:** **تصبح** $\begin{cases}8x+3y=5000\\-3(3x+y)=-3\times1400\end{cases}$ $\begin{cases}8x+3y=5000\\-6x-3y=-4200\end{cases}$	
	0,5	**نجمع طرفي المعادلة (1) و (2) طرفا لطرف** **نجد:** $2x=800$ و منه: $x=\frac{800}{2}=400$ **نعوض قيمة x في المعادلة (1):** $8\times400+3y=5000$ $3200+3y=5000$ $3y=5000-3200$ $3y=1800$ $y=\frac{1800}{3}$ $y=600$	
	0,25	**ثمن الكتاب هو: 400 DA** **ثمن المصحف هو: 600 DA**	
		بعد مدة قامت المكتبة بتخفيض سعر الكتاب الواحد بـ 20 % و تخفيض المصحف بـ 25 % علما أن سعر الكتاب هو 400 DA وَ سعر المصحف هو 600 DA.	
	0,75	**2. حساب السعر الجديد لمجموعة من الكتب تتكون من 5 كتب و 4 مصاحف بعد التخفيض:** **السعر الجديد لمجموعة الكتب بعد التخفيض هو: 1600 DA** $P_1=5\left(400\left(1-\frac{20}{100}\right)\right)=5(400\times0,8)=1600$ **السعر الجديد لمجموعة من المصاحف هو: 1800 DA**	

$$P_2 = 4\left(600\left(1-\frac{25}{100}\right)\right) = 4(600\times 0,75) = 1800$$ 1

الجزء الثاني:

1. **انقل و أكمل الجدول مبينا مراحل الحساب**

عدد الساعات	0	10	20	30
المبلغ المدفوع بالصيغة الأولى	0	500	1000	1500
المبلغ المدفوع بالصيغة الثانية	600	800	1000	1200

0,5

- **طريقة ملا الجدول:**

حساب عدد الساعات حسب المبلغ المدفوع بالصيغة الثانية:

$20n + 600 = 600$

$n = 600 - 600 = 0$

حساب المبلغ المدفوع حسب الأول :

من أجل 0 حصص: $0\times 50 = 0$

حساب المبلغ المدفوع حسب العرض الأول:

$50\times 10 = 500$

حساب عدد الحصص حسب العرض الثاني:

$20\times 10 + 600 = 800$

حساب عدد الساعات حسب المبلغ المدفوع بالصيغة الأولى

$20\times n + 600 = 1000$

$n = \frac{1000-600}{20} = 20$:

حساب المبلغ المدفوع حسب الصيغة الثانية:

$20\times 20 + 600 = 1000$

حساب عدد الساعات حسب العرض الثاني:

$20\times n + 600 = 1200$

$n = \frac{1200-600}{20} = 30$

0,5

حساب المبلغ المدفوع بالصيغة الأولى: $30\times 50 = 1500$

- **نسمي** x **عدد الساعات**

المستعملة و $f(x)$ **المبلغ المدفوع بالصيغة الأولى و** $g(x)$ **المبلغ المدفوع بالصيغة الثانية**

2. **التعبير عن** $f(x)$ **و** $g(x)$ **بدلالة** x 0,5

$f(x) = 50x$ و $g(x) = 20x + 600$

3. **إيجاد حسابيا عدد الساعات المستعملة التي تكون من اجلها الصيغة الأولى الصيغة الثانية متساويتين.**

$$f(x)=g(x)$$
$$50x=20x+600$$
$$50x-20x=600$$
$$30x=600$$
$$x=\frac{600}{30}=20$$

عدد الساعات حتى تكون الصيغتين متساويتين هي: $20\ h$

في نفس المعلم المتعامد و المتجانس مثل الدالتين $f(x)$ **و** $g(x)$

حيث ($1\ cm \to 10\ h$ **على محور الفواصل و** $1\ cm \to 200\ DA$ **على محور التراتيب**).

- **الجدول المساعد لتمثيل الدالتين:** f **و** g.

$f(x)=50x$

x	0	10
y_1	0	500

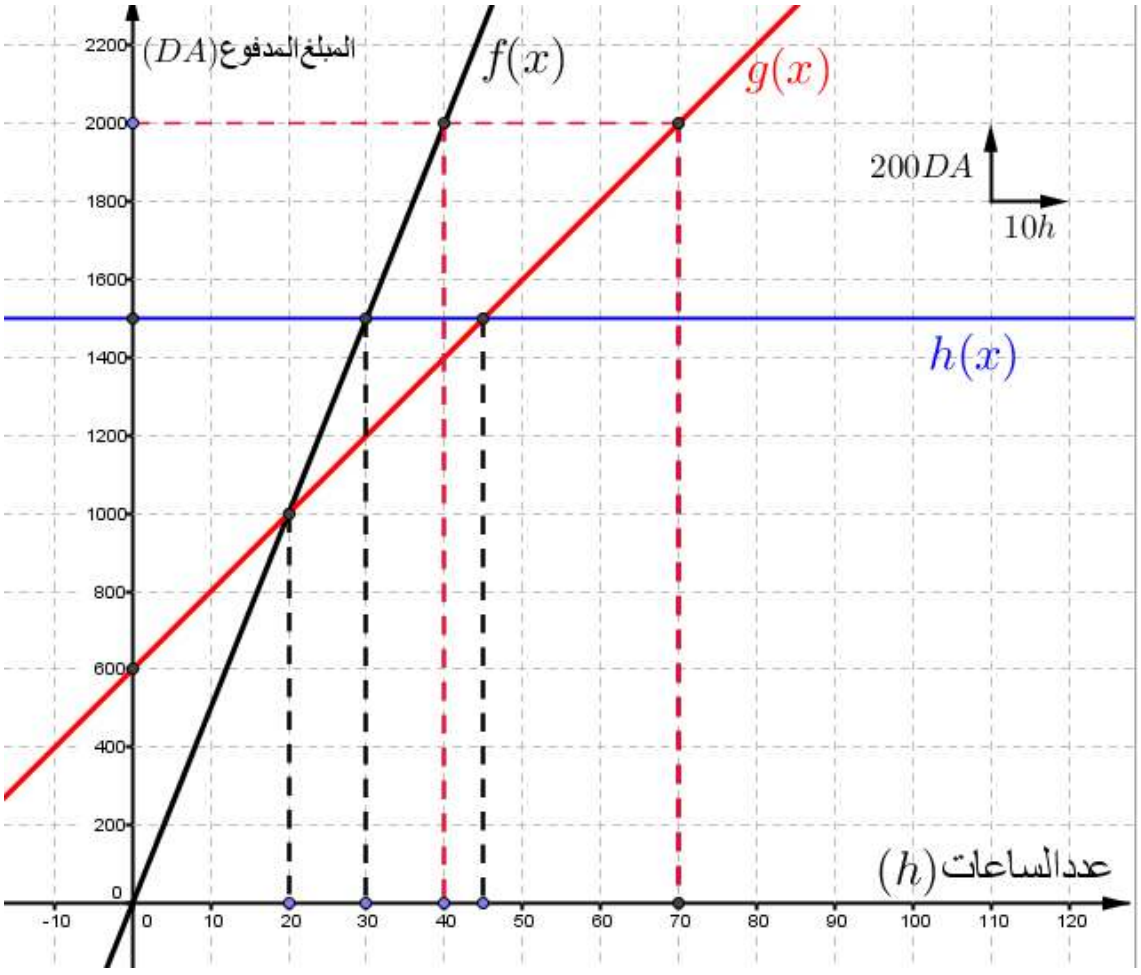
$$f(0)=50\times 0=0$$
$$f(1)=50\times 10=500$$

$g(x)=20x+600$

x	0	30
y_2	600	1200

$$g(0)=20\times 0+600=600$$
$$g(30)=20\times 30+600=1200$$

1,5



0,5

0,25

0,5

0,5

0,5

- **بقراءة بيانية**

1. **تحديد الصيغة الأفضل لشخص**

يخصص $2000\ DA$ **للانترنت هي: الصيغة الثانية.**

بمناسبة شهر رمضان يقترح صاحب المكتبة على زبائنه صيغة الثالثة هو أن يدفع الزبون $1500\ DA$ **مهما كانت عدد الساعات المستعملة**

2. **التعبير عن بدلالة** x **عن هذا**

العرض $h(x)=1500$

3. **تمثل في نفس المعلم السابق**

الدالة $h(x)$

4. تحديد الصيغة الأفضل حسب عدد الساعات المستعملة.

الصيغة أولى أفضل من الصيغة الثانية و الثالثة لما: $x<20$.

الصيغة الثانية أفضل من الأولى وَ الثالثة لما: $20\leq x<45$.

الصيغة الثالثة أفضل من الأولى و الثانية لما: $x>45$.