

(1) احسب $PGCD(832; 468)$ ثم أكتب العدد $\frac{468}{832}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال .

(2) حل المتراجحة $3x - \frac{7}{16} \leq 5x + \frac{468}{832}$

(3) أكتب العدد A على الشكل $a\sqrt{13}$ (a عدد طبيعي) حيث $A = \sqrt{832} - \sqrt{468} + \sqrt{13}$.

$F = (5x - 3)^2 - 16$ عبارة جبرية حيث :

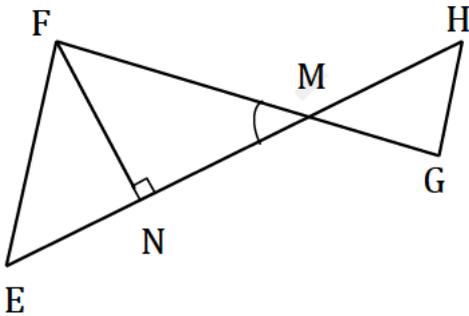
(1) أنشر ثم بسّط العبارة F .

(2) حلّ العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى .

(3) حل المعادلة $(5x - 7)(5x + 1) = 0$.

الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية و المستقيمان (FG) و (EH) متقاطعان في النقطة M حيث:

$$MF = 4,8 \text{ cm} \quad ME = 7,2 \text{ cm} \quad , \quad MG = 1,2 \text{ cm} \quad , \quad MH = 1,8 \text{ cm}$$



(1) برهن أنّ المستقيمين (EF) و (GH) متوازيان .

(2) جد قيس الزاوية \widehat{FMN} علما أنّ $FN = 2,4 \text{ cm}$.

المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

(1) علّم النقط $A(1; 2)$ ، $B(-2; 1)$ ، $C(-3; -2)$.

(2) احسب مركبتي الشعاع \vec{BC} ثم استنتج الطول BC .

(3) أنشئ النقطة D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه \vec{BC} ثم عيّن إحداثيها حسابيا .

(4) إذا علمت أنّ $AB = \sqrt{10}$ ، بيّن أنّ الرباعي $ABCD$ معيّن .

الجزء الثاني: (08 نقاط)

الوضعية:

قصد دهّان محلّ مواد بناء لكراء ضاغط هواء كهربائي (*Compresseur d'air électrique*)



يستعمل لطلاء الأبواب والنوافذ، يعرض هذا المحلّ صيغتين للكراء:

- الصيغة الأولى: دفع مبلغ $1\,500\text{ DA}$ لليوم الواحد.

- الصيغة الثانية: دفع مبلغ $1\,000\text{ DA}$ لليوم الواحد يضاف إليه

ضمان غير مسترجع قدره $3\,000\text{ DA}$ طيلة مدّة الكراء.

(1) أ- ما هي تكلفة كراء ضاغط الهواء مدّة 8 أيام لكل صيغة .

ب- نعتبر x عدد الأيام التي يستعمل فيها الدهّان ضاغط الهواء و $f(x)$ المبلغ المدفوع بالصيغة

الأولى و $g(x)$ المبلغ المدفوع بالصيغة الثانية.

- باستعمال تمثيل بياني مناسب ، حدّد أفضل الصيغتين حسب عدد الأيام .

نأخذ: (1 cm على محور الفواصل يمثل يوما واحدا، و 1 cm على محور الترتيب يمثل $2\,000\text{ DA}$)

(2) يريد الدهّان طلاء مجموعة أبواب ونوافذ خشبية عددها الإجمالي 17 بتكلفة $48\,000\text{ DA}$.

تقدّر تكلفة طلاء الباب الواحد بـ $3\,000\text{ DA}$ ، بينما تقدّر تكلفة طلاء النافذة الواحدة بـ $2\,500\text{ DA}$.

- ما هو عدد الأبواب وعدد النوافذ ؟

أسرة المادة يتمنون لكم التوفيق والنجاح

الحل المقترح لاختبار الرياضيات التجريبي لشهادة التعليم المتوسط

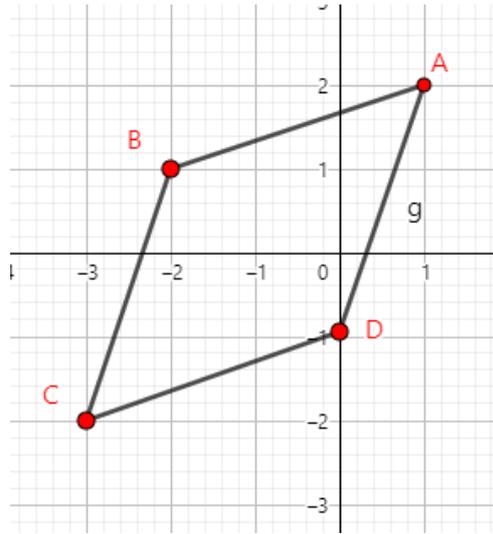
ملاحظتان هامتان:

- في حالة ما إذا اختصر التلميذ حلّه دون إهمال للخطوات الأساسية تعطى له علامة السؤال كاملة .
- تتّمن كل الحلول الصحيحة الموافقة لبرامج التعليم المتوسط غير الواردة في الحل المقترح .

العلامة		عناصر الإجابة	رقم التمرين
مجملة	مجزأة		
03	0.25	(1) إيجاد $PGCD(832; 468)$ لدينا $832 = 468 \times 1 + 364$	التمرين الأول
	0.25	ومنه $468 = 364 \times 1 + 104$	
	0.25	إذن $364 = 104 \times 3 + 52$	
	0.25	ومنه $104 = 52 \times 2 + 0$	
	0.25	$PGCD(832; 468) = 52$ وعليه	
	0.25	- كتابة العدد $\frac{468}{832}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال	
	0.25	$\frac{468}{832} = \frac{468 \div 52}{832 \div 52} = \frac{9}{16}$	
	0.25	(2) حل المتراجحة $3x - \frac{7}{16} \leq 5x + \frac{468}{832}$	
	0.25	لدينا $3x - \frac{7}{16} \leq 5x + \frac{468}{832}$ يعني $3x - \frac{7}{16} \leq 5x + \frac{9}{16}$	
	0.25	أي $3x - 5x \leq \frac{9}{16} + \frac{7}{16}$ أي $-2x \leq \frac{16}{16}$ وعليه $-2x \leq 1$	
	0.25	يعني $x \geq -\frac{1}{2}$ أي $x \geq -\frac{1}{2}$ ومنه حلول المتراجحة هي كل قيم x الأكبر من أو تساوي $-\frac{1}{2}$	
	0.25	(3) كتابة العدد A على الشكل $a\sqrt{13}$ (a عدد طبيعي): $A = \sqrt{832} - \sqrt{468} + \sqrt{13}$ لدينا	
0.25	$A = \sqrt{64 \times 13} - \sqrt{36 \times 13} + \sqrt{13}$ ومنه		
0.25	$A = 8\sqrt{13} - 6\sqrt{13} + \sqrt{13}$ أي		
0.25	$A = (8 - 6 + 1)\sqrt{13}$ وعليه $A = 3\sqrt{13}$ إذن		

2.5	<p>0.25</p>	<p>(1) نشر وتبسيط العبارة F :</p> <p>لدينا $F = (5x - 3)^2 - 16$</p> <p>ومنه $F = (5x)^2 + 3^2 - 2 \times 5x \times 3 - 16$</p> <p>أي $F = 25x^2 + 9 - 30x - 16$</p> <p>وعليه $F = 25x^2 - 30x - 7$</p> <p>(2) تحليل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :</p> <p>لدينا $F = (5x - 3)^2 - 16$</p> <p>ومنه $F = (5x - 3)^2 - (4)^2$</p> <p>أي $M = [(5x - 3) - 4][(5x - 3) + 4]$</p> <p>وعليه $M = (5x - 7)(5x + 1)$</p> <p>(3) حل المعادلة $(5x - 7)(5x + 1) = 0$</p> <p>لدينا : $(5x - 7)(5x + 1) = 0$</p> <p>يعني : $5x - 7 = 0$ أو $5x + 1 = 0$</p> <p>أي : $5x = 7$ أو $5x = -1$</p> <p>يعني : $x = \frac{7}{5}$ أو $x = -\frac{1}{5}$</p> <p>ومنه للمعادلة حلان هما : $\frac{7}{5}$ و $-\frac{1}{5}$</p>	التمرين الثاني
03	<p>0.5</p> <p>0.5</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.5</p> <p>0.25×2</p> <p>0.5</p>	<p>(1) برهان أنّ المستقيمين (GH) و (EF) متوازيان :</p> <p>لدينا من جهة : $\frac{MG}{MF} = \frac{1,2}{4,8} = 0,25$</p> <p>ولدينا من جهة أخرى : $\frac{MH}{ME} = \frac{1,8}{7,2} = 0,25$</p> <p>بما أنّ $M \in [EH]$ و $M \in [FG]$ و $\frac{MG}{MF} = \frac{MH}{ME} = 0,25$ والنقط E, M, H مرتّبة بنفس ترتيب النقط F, M, G فإن المستقيمين (GH) و (EF) متوازيان حسب الخاصية العكسية لطالس .</p> <p>(2) إيجاد قيس الزاوية \widehat{FMN} :</p> <p>لدينا في المثلث FNM القائم في N :</p> <p>بالتعويض نجد : $\sin \widehat{FMN} = \frac{2,4}{4,8} = 0,5$ ومنه $\widehat{FMN} = 30^\circ$</p> <p>باستخدام الآلة الحاسبة نجد : $\widehat{FMN} = 30^\circ$</p>	التمرين الثالث

(1) تعليم النقاط: $A(1; 2)$ ، $B(-2; 1)$ ، $C(-3; -2)$.



0.25×3

3.5

(2) حساب مركبتي الشعاع \overrightarrow{BC} :

لدينا $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -3 - (-2) \\ -2 - 1 \end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -3+2 \\ -2-1 \end{pmatrix}$ ومنه $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}$

0.25×2

- استنتاج الطول BC :

لدينا $BC = \sqrt{x^2 + y^2}$ ومنه $BC = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2}$

0.25

أي $BC = \sqrt{1+9}$ وعليه $BC = \sqrt{10}$

0.25

(3) إنشاء النقطة D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه \overrightarrow{BC} ثم حساب إحداثيها :

0.25

النقطة D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه \overrightarrow{BC} يعني أن $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

0.25

بفرض $D(x; y)$ ومنه $\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} x - 1 \\ y - 2 \end{pmatrix}$

0.25×2

لدينا $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ يعني $\begin{cases} x - 1 = -1 \\ y - 2 = -3 \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} x = -1 + 1 \\ y = -3 + 2 \end{cases}$

0.25

وعليه $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$ ومنه $D(0; -1)$

(4) تبين أن الرباعي $ABCD$ معين :

0.25

بما أن D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه \overrightarrow{BC} فإن $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ ومنه الرباعي

0.25

$ABCD$ متوازي أضلاع و لدينا $AB = BC = \sqrt{10}$ فالرباعي $ABCD$ معين

(1)

أ- حساب تكلفة كراء ضاغط الهواء مدة 8 أيام لكل صيغة :

$$\text{الصيغة الأولى : } 1500 \times 8 = 12000$$

ومنه تكلفة كراء ضاغط الهواء مدة 8 أيام بالصيغة الأولى هي 12000 DA

$$\text{الصيغة الثانية : } 1000 \times 8 + 3000 = 11000$$

ومنه تكلفة كراء ضاغط الهواء مدة 8 أيام بالصيغة الثانية هي 11000 DA

ب- تحديد أفضل الصيغتين حسب عدد الأيام :

- التعبير عن الصيغتين الأولى والثانية بدلالة x :

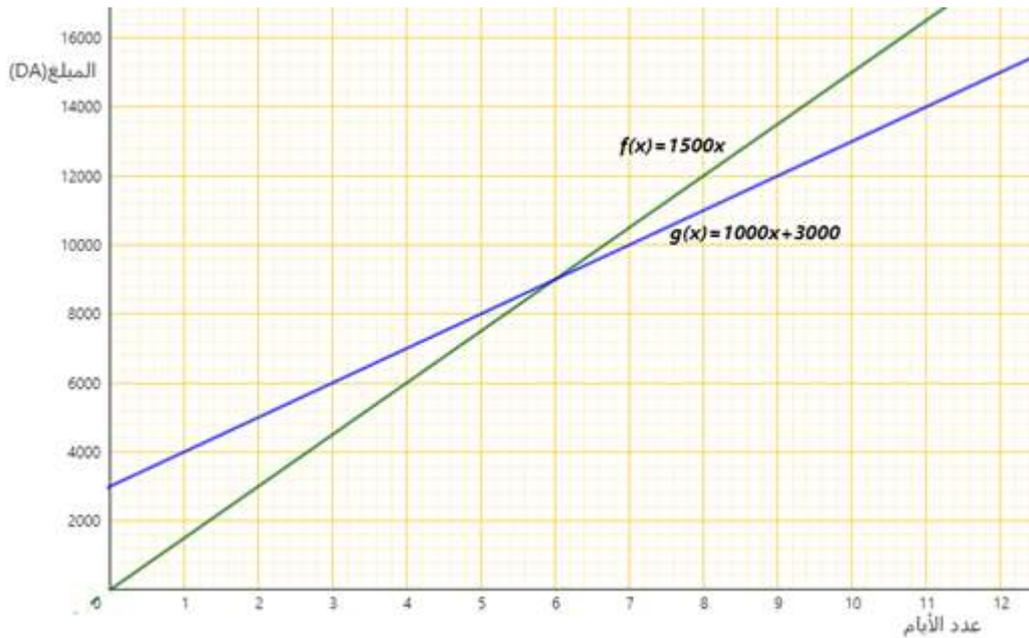
$$f(x) = 1500x$$

$$g(x) = 1000x + 3000$$

- التمثيل البياني للدالتين f و g في معلم متعامد ومتجانس :

$g(x) = 1000x + 3000$		
x	0	6
$g(x)$	3000	9000
النقطة	(0; 3000)	(6; 9000)

$f(x) = 1500x$		
x	0	6
$f(x)$	0	9000
النقطة	(0; 0)	(6; 9000)



بقراءة بيانية :

التمثيل البياني للدالتين f و g في يتقاطعان في النقطة التي فاصلتها 6 والتي تتساوى عندها الصيغتان الأولى والثانية.

- عندما يكون $x < 6$ فإن التمثيل البياني للدالة f تحت التمثيل البياني للدالة g أي أنّ الصيغة الأولى أفضل من الصيغة الثانية.

- عندما يكون $x > 6$ فإن التمثيل البياني للدالة g تحت التمثيل البياني للدالة f أي أنّ الصيغة الثانية أفضل من الصيغة الأولى.

(2) حساب عدد الأبواب وعدد النوافذ :

نعتبر عدد الأبواب a و عدد النوافذ b .
حل المشكلة يؤول إلى حل الجملة الآتية :

$$\begin{cases} a + b = 17 \dots\dots\dots (1) \\ 3000a + 2500b = 48000 \dots (2) \end{cases}$$

من المعادلة (1) نجد: $a = 17 - b \dots (3)$

بالتعويض في المعادلة (2) نجد: $3000(17 - b) + 2500b = 48000$

$$51000 - 3000b + 2500b = 48000 \quad \text{ومنه}$$

$$-500b = 48000 - 51000 \quad \text{ومنه}$$

$$\text{ومنه} \quad -500b = -3000 \quad \text{أي} \quad b = \frac{-3000}{-500} \quad \text{وعليه} \quad b = 6$$

بالتعويض في المعادلة (3) نجد: $a = 17 - 6$

$$a = 11 \quad \text{أي}$$

إذن حل الجملة هو الثنائية (11; 6)

ومنه عدد الأبواب هو 11 و عدد النوافذ هو 6

ملاحظة: يمكن قسمة طرفي المعادلة (2) على 100 لتسهيل العمل

شبكة التقويم والتصحيح للمسألة

العلامة	سلم التنقيط		المؤشرات	المعل	
	ب.د	ب.د			
4.5	2.25	0.5 ان وفق في مؤشر واحد 1 ان وفق في مؤشرين 1.5 إن وفق في ثلاث مؤشرات 1.75 إن وفق في أربعة أو خمسة مؤشرات 2.25 إن وفق في ستة مؤشرات أو أكثر	<ul style="list-style-type: none"> - كتابة عبارة مناسبة لحساب المبلغ بالصيغة 1 لأجل 8 أيام - كتابة عبارة مناسبة لحساب المبلغ بالصيغة 2 لأجل 8 أيام - التعبير عن المبلغ المدفوع حسب الصيغة 1 بدلالة x - التعبير عن المبلغ المدفوع حسب الصيغة 2 بدلالة x - أنشاء المعلم المناسب. - اختيار نقطتين لتمثيل الدالة الأولى. - اختيار نقطتين لتمثيل الدالة الثانية. - دراسة الوضعية النسبية للمستقيمين الممثلين للدالتين . 	1 م	1
		0.5 ان وفق في مؤشر واحد 1 ان وفق في مؤشرين 1.5 إن وفق في ثلاث مؤشرات 1,75 إن وفق في أربعة أو خمسة مؤشرات 2.25 إن وفق في ستة مؤشرات أو أكثر	<ul style="list-style-type: none"> - كتابة صحيحة لعبرتي كل من الدالة الخطية والتألفية. - النقطتين المختارتين صحيحتين لتمثيل الدالة f. - تمثيل صحيح للدالة f وإن كانت عبارتها غير صحيحة. - النقطتين المختارتين صحيحتين لتمثيل الدالة g. - تمثيل صحيح للدالة g وإن كانت عبارتها غير صحيحة. - تعيين عدد الأيام بيانيا حتى وإن كان تمثيلا ال التين f و g غير صحيحين. - القراءة البيانية صحيحة لتحديد أفضل الصيغتين . - ترجمة القراءة البيانية وفق سياق المشكلة ترجمة صحيحة . 	2 م	
2	1	0.5 إن وفق في مؤشر واحد 1 إن وفق في مؤشرين أو أكثر	<ul style="list-style-type: none"> - اختيار المجهولين المناسبين - كتابة الجملة . - حل الجملة 	1 م	2
		0.5 إن وفق في مؤشر واحد 1 إن وفق في مؤشرين أو أكثر	<ul style="list-style-type: none"> - الحل الصحيح للجملة. - حساب عدد الأبواب صحيح - حساب عدد النوافذ صحيح 	2 م	
1.5	1	0.5 ان وفق في مؤشر واحد 1 ان وفق في مؤشرين أو أكثر	<ul style="list-style-type: none"> - التسلسل المنطقي - معقولية النتائج - احترام وحدات القياس 	3 م	كل المسألة
		0.25 ان وفق في مؤشر واحد 0.5 ان وفق في مؤشرين	<ul style="list-style-type: none"> - المقرونية. - عدم التشطيب وصياغة النتائج بوضوح. 	4 م	

م 1 : التفسير السليم للوضعية / م 2 : الاستعمال السليم للأدوات / م 3 : الانسجام / م 4 : الإلتقان